文章编号:1000-5854(2026)05-0439-04

酉群上的 Siegel Eisenstein 级数的常数项原则

宋 旭[1], 王艺儒[2], 熊 玮[3], 张 哲[4]

(1.河北师范大学 数学科学学院,河北 石家庄 050024; 2.南京特殊教育师范学院 数学科学学院,江苏 南京 210038;
3.湖南大学 数学学院,湖南 长沙 410082; 4.西安电子科技大学 数学与统计学院,陕西 西安 710126)

摘 要:Siegel Eisenstein 级数是一种特殊的 Eisenstein 级数,最早由 Siegel 在其二次型解析理论的研究引进,其一般形式最早出现在 Weil 证明的 Siegel-Weil 公式中,即该 Siegel Eisenstein 级数在某点处的值等于一个 Theta 函数的积分.在 Siegel-Weil 公式的后续发展中,需要研究 Siegel Eisenstein 级数的解析性质.Eisenstein 级数沿着一个抛物子群的常数项是个更简单的研究对象,且包含许多解析性质.通过采用 Kudla 和 Rallis 研究数域上辛群的 Siegel Eisenstein 级数解析性质的方法,本文证明了整体域上拟分裂酉群 U(n,n)Siegel Eisenstein 级数的常数项原则,即该级数的极点与其沿着一个抛物子群的常数项的极点相同.

关键词:整体域; 酉群; Siegel Eisenstein 级数; 抛物子群; 常数项

中图分类号:O 156.5 **文献标志码**:A **DOI**:10.13763/j.cnki.jhebnu.nse.202601011

The principle of constant terms for Siegel Eisenstein series on unitary groups

Song Xu[1], Wang Yiru[2], Xiong Wei[3], Zhang Zhe[4]

(1.School of Mathematical Sciences, Hebei Normal University, Shijiazhuang Hebei 050024, China;
2.School of Mathematical Sciences, Nanjing Normal University of Special Education, Nanjing Jiangsu 210038, China;
3.School of Mathematics, Hunan University, Changsha Hunan 410082, China;
4.School of Mathematics and Statistics, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710126, China)

Abstract: Siegel Eisenstein series is a special Eisenstein series first introduced by Siegel in his work on the analytic theory of quadratic forms, and its general form first appeared in the Siegel-Weil formula proved by Weil, i.e. the value of the Siegel Eisenstein series at some point is equal to the integral of a theta function. In later developments of the Siegel-Weil formula, it is necessary to study the analytic properties of the Siegel Eisenstein series. The constant term of the Eisenstein series along a parabolic subgroup is a simpler object to study and embodies many of its analytic properties. In this paper, by following the method of Kudla and Rallis in studying the analytic properties of the Siegel Eisenstein series on symplectic groups over number fields, the authors prove the principle of constant terms for Siegel Eisenstein series on quasi-split unitary groups U(n,n) over global fields, i.e. the poles of the Siegel Eisenstein series are the same as the poles of its constant term along a parabolic subgroup.

Key words: global fields; unitary groups; Siegel Eisenstein series; parabolic subgroups; constant terms

---

收稿日期:2026-01-27; **修回日期**:2026-05-26

基金项目:国家自然科学基金(12571010); 中央高校基本科研业务费(ZYTS23047); 河北师范大学博士(后)科研启动基金(L2024B02); 江苏省 2025 年双创博士项目(XK2600000339); 南京特殊教育师范学院博士青苗项目(RZ2600000501)

作者简介:宋 旭(1987-),男,江苏徐州人,副教授,硕士生导师,研究方向为数论与李理论.

通信作者:熊 玮(1982-),男,副教授,硕士生导师,研究方向为数论.E-mail:weixiong@amss.ac.cn

设 $\mathbf{F}$ 是一个特征不为 2 的整体域(数域或函数域).设 $\mathbf{E}$ 是 $\mathbf{F}$ 的一个可分二次扩域.设 n 是一个正整数.

定义 1 令拟分裂酉群 $G=\mathrm{U}(n,n)$ 为

$$G(\mathbf{F})=\{\boldsymbol{g}\in \mathrm{GL}_{2n}(\mathbf{E}):\boldsymbol{g}\begin{pmatrix} & \boldsymbol{1}_n\\ -\boldsymbol{1}_n & \end{pmatrix}\boldsymbol{g}^{*}=\begin{pmatrix} & \boldsymbol{1}_n\\ -\boldsymbol{1}_n & \end{pmatrix}\},$$

其中 $\boldsymbol{g}^{*}$ 是 $\boldsymbol{g}$ 的共轭转置.

令 G 在右边作用在列向量空间 $W=M_{1\times 2n}(\mathbf{E})$ 上.对一个小于等于 n 的正整数 r,令抛物子群 P_r 为 W 的子空间 $Y_r=\{(\boldsymbol{0}_{1\times n},\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_r,\boldsymbol{0}_{1\times(n-r)}):\boldsymbol{a}_i\in\mathbf{E}\}$ 的稳定子群,即 $P_r=\{\boldsymbol{g}\in G:Y_r\boldsymbol{g}\subseteq Y_r\}$.特别地,称 P_n 为 G 的 Siegel 抛物子群.

抛物子群有 Levi 分解 $P_r=N_rM_r$,其中 N_r 为其幂幺根,M_r 为其 Levi 子群.特别地,$N_n(\mathbf{F})=\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{b})=\begin{pmatrix}\boldsymbol{1}_n & \boldsymbol{b}\\ & \boldsymbol{1}_n\end{pmatrix}:\boldsymbol{b}\in \mathrm{Her}_n(\mathbf{F})\}$,其中 $\mathrm{Her}_n(\mathbf{F})=\{\boldsymbol{x}\in M_n(\mathbf{E}):\boldsymbol{x}^{*}=\boldsymbol{x}\}$ 是 $\mathbf{E}$ 上的所有 n 阶埃尔米特矩阵,而

$$M_n(\mathbf{F})=\{\boldsymbol{m}(\boldsymbol{a})=\begin{pmatrix}\boldsymbol{a} & \\ & \boldsymbol{a}^{*-1}\end{pmatrix}:\boldsymbol{a}\in \mathrm{GL}_n(\mathbf{E})\}.$$

设 $\mathbf{A}$ 是 $\mathbf{F}$ 的阿代尔(adele)环,$\mathbf{A}^{\times}$ 是 $\mathbf{F}$ 的伊代尔(idele)群;设 $\mathbf{A}_{\mathbf{E}}$ 是 $\mathbf{E}$ 的阿代尔环,$\mathbf{A}_{\mathbf{E}}^{\times}$ 是 $\mathbf{E}$ 的伊代尔群[1].令 $K=\prod_{v}K_v\subset G(\mathbf{A})$ 是如下的极大紧子群:若 v 是有限位,则 $K_v=G(O_v)$,其中 O_v 是局部域 $\mathbf{F}_v$ 的整数环;而若 $\mathbf{E}_v/\mathbf{F}_v=\mathbf{C}/\mathbf{R}$($\mathbf{C}$ 为复数域,$\mathbf{R}$ 为实数域),则 $K_v=G(\mathbf{F}_v)\cap \mathrm{U}(2n)$,其中 $\mathrm{U}(2n)$ 是所有 $2n$ 阶的复埃尔米特矩阵.于是有 Iwasawa 分解 $G(\mathbf{A})=P_n(\mathbf{A})K$.

设 $\chi:\mathbf{A}_{\mathbf{E}}^{\times}/\mathbf{E}^{\times}\to\mathbf{C}^{\times}$ 为 $\mathbf{E}$ 的一个酉 Hecke 特征标.设 f 是 $G(\mathbf{A})$ 上一个光滑且 K 有限的复值函数,且满足如下条件:

$$f(\boldsymbol{um}(\boldsymbol{a})\boldsymbol{g})=\chi(\det\boldsymbol{a})\mid\det\boldsymbol{a}\mid^{\frac{n}{2}}f(\boldsymbol{g}),\forall\,\boldsymbol{u}\in N_n(\mathbf{A}),\boldsymbol{m}\in M_n(\mathbf{A}),\boldsymbol{g}\in G(\mathbf{A}).$$

其中,$|\cdot|$ 表示 $\mathbf{A}_{\mathbf{E}}^{\times}$ 中元素的模.

对一个复数 s 和 $\boldsymbol{g}=\boldsymbol{um}(\boldsymbol{a})\boldsymbol{k}\in G(\mathbf{A})$,令 $f(\boldsymbol{g},s)=f(\boldsymbol{g})\mid\det\boldsymbol{a}\mid^{s}$.

定义 2 令 $G(\mathbf{A})$ 上的 Siegel Eisenstein 级数为

$$E(\boldsymbol{g},s,f)=\sum_{\gamma\in P_n(\mathbf{F})\backslash G(\mathbf{F})}f(\gamma\boldsymbol{g},s),$$

其中 $\boldsymbol{g}\in G(\mathbf{A})$.

当 $\mathbf{F}$ 是数域时,酉群 $G(\mathbf{A})$ 上的 Siegel Eisenstein 级数最早是由 Weil[2] 定义并研究的.当 $\mathbf{F}$ 是函数域时,Xiong 等[3] 研究了酉群 $G(\mathbf{A})$ 上的 Siegel Eisenstein 级数的类似性质.

由 Langlands[4],Harder[5] 和 Morris[6] 的结果可知,当 s 的实部充分大时,$E(\boldsymbol{g},s,f)$ 是绝对收敛的,且其可以解析延拓到整个复平面上.

设 B 是 G 中所有上三角矩阵组成的 Borel 子群.令 U 是 B 中所有对角线元素为 1 的矩阵组成的子群,称为 B 的幂幺根.令 T 是 B 中所有主对角线元素在 $\mathbf{F}^{\times}$ 中的对角矩阵组成的极大分裂环面.对 G 的一个抛物子群 P,若 P 包含 B,则称 P 是 G 的一个标准抛物子群.抛物子群 P 有 Levi 分解 $P=NM$,其中 N 是其幂幺根,M 是其 Levi 子群.

定义 3 设 P 是 G 的一个标准抛物子群.令 Siegel Eisenstein 级数沿着 P 的常数项为

$$E_P(\boldsymbol{g},s,f)=\int_{N(\mathbf{F})\backslash N(\mathbf{A})}E(\boldsymbol{ug},s,f)\mathrm{d}\boldsymbol{u}.$$

其中,$\mathrm{d}\boldsymbol{u}$ 是 $N(\mathbf{F})\backslash N(\mathbf{A})$ 上使得其测度为 1 的 Haar 积分.

1 酉群的 Siegel Eisenstein 级数的常数项原则

接下来证明拟分裂酉群 $G=\mathrm{U}(n,n)$ 上的 Siegel Eisenstein 级数的常数项原则,即其极点与其沿着一个抛物子群的常数项的极点相同.Kudla 和 Rallis[7] 证明了数域上辛群的 Siegel Eisenstein 级数的常数项原则.本文采用该方法来进行研究.

设 W 是 G 关于 T 的 Weyl 群.设 $P=NM$ 是 G 的一个标准抛物子群.令 $R(T,M)$ 是 M 关于 T 的根,令 $R^{+}(T,M):=R(T,B\cap M)$ 是 M 关于 T 的正根(由 B 决定).

对 $w \in W$ 和一个特征标 $\alpha: T \to \mathrm{GL}_1$，令 $w(\alpha)$ 为特征标：$t \mapsto \alpha(w^{-1}tw)$，其中 $t \in T$.

令

$$W(M_n, M) = \{w \in W : w(\alpha) > 0, \forall \alpha \in R^+(T, M_n); w^{-1}(\alpha) > 0, \forall \alpha \in R^+(T, M)\}.$$

对 $w \in W$，令 $M_w(\mathbf{F}) = M(\mathbf{F}) \cap wP_n(\mathbf{F})w^{-1}$，$N_w(\mathbf{F}) = N(\mathbf{F}) \cap wP_n(\mathbf{F})w^{-1}$.

引理 1 常数项 $E_P(\boldsymbol{g}, s, f)$ 的表达式为

$$E_P(\boldsymbol{g}, s, f) = \sum_{w \in W(M_n, M)} \Big(\sum_{\gamma \in M_w(\mathbf{F}) \backslash M(\mathbf{F})} f_w(\gamma \boldsymbol{g}, s) \Big),$$

其中 $f_w(\boldsymbol{g}, s) = \int\limits_{N_w(\mathbf{A}) \backslash N(\mathbf{A})} f(w^{-1}\boldsymbol{u}\boldsymbol{g}, s)\mathrm{d}\boldsymbol{u}$.

证 利用 Bruhat 分解 $G(\mathbf{F}) = \bigcup\limits_{w \in W(M_n, M)} P_n(\mathbf{F})w^{-1}P(\mathbf{F})$ 并仿照文献[8]中命题Ⅱ.1.7 的证明.注意[8]中命题Ⅱ.1.7 的 Eisenstein 级数来自于尖数据(cuspidal datum)，而 Siegel Eisenstein 级数来自于特征标，故这里的 w 跑遍 $W(M_n, M)$.

注 当 $P = P_n$ 为 Siegel 抛物子群时，$W(M_n, M_n)$ 有 $n+1$ 个元素，常数项 $E_{P_n}(\boldsymbol{g}, s, f)$ 的表达式形如文献[7]中的(3.1)～(3.4).

引理 2 对 $w \in W(M_n, M)$，存在 $M_w(\mathbf{F}) \backslash M_w(\mathbf{A})$ 上的特征标 μ_w 使得

$$f_w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s) = \mu_w(\boldsymbol{m}) f_w(\boldsymbol{g}, s), \forall \boldsymbol{m} \in M_w(\mathbf{A}), \boldsymbol{g} \in G(\mathbf{A}).$$

证 对 $\boldsymbol{m} \in M_w(\mathbf{A})$ 和 $\boldsymbol{g} \in G(\mathbf{A})$，

$$f_w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s) = \int\limits_{N_w(\mathbf{A}) \backslash N(\mathbf{A})} f(w^{-1}\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{m}^{-1}\boldsymbol{u}\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{g}, s)\mathrm{d}\boldsymbol{u} = \delta(\boldsymbol{m}) \int\limits_{N_w(\mathbf{A}) \backslash N(\mathbf{A})} f(w^{-1}\boldsymbol{m}\boldsymbol{u}\boldsymbol{g}, s)\mathrm{d}\boldsymbol{u},$$

其中 $\delta(\boldsymbol{m})$ 由 $\mathrm{d}(\boldsymbol{m}\boldsymbol{u}\boldsymbol{m}^{-1}) = \delta(\boldsymbol{m})\mathrm{d}\boldsymbol{u}$ 给出(注意 $\mathrm{d}(\boldsymbol{m}\boldsymbol{u}\boldsymbol{m}^{-1})$ 也是 $N_w(\mathbf{A}) \backslash N(\mathbf{A})$ 上的 Haar 测度).注意 $w^{-1}\boldsymbol{m}w \in P_n(\mathbf{A})$.由 P_n 的 Levi 分解 $P_n = N_n M_n$(半直积)，可令 $w^{-1}\boldsymbol{m}w = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{b}_1)\boldsymbol{m}(\boldsymbol{a}_1)$，其中 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{b}_1) \in N_n(\mathbf{A})$，$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{a}_1) \in M_n(\mathbf{A})$.于是

$$\int\limits_{N_w(\mathbf{A}) \backslash N(\mathbf{A})} f(w^{-1}\boldsymbol{m}\boldsymbol{u}\boldsymbol{g}, s)\mathrm{d}\boldsymbol{u} = \int\limits_{N_w(\mathbf{A}) \backslash N(\mathbf{A})} f(\boldsymbol{u}(\boldsymbol{b}_1)\boldsymbol{m}(\boldsymbol{a}_1)w^{-1}\boldsymbol{u}\boldsymbol{g}, s)\mathrm{d}\boldsymbol{u} =$$

$$\chi(\det \boldsymbol{a}_1) \mid \det \boldsymbol{a}_1 \mid^{s+\frac{n}{2}} \int\limits_{N_w(\mathbf{A}) \backslash N(\mathbf{A})} f(w^{-1}\boldsymbol{u}\boldsymbol{g}, s)\mathrm{d}\boldsymbol{u}.$$

令 $\mu_w(\boldsymbol{m}) = \delta(\boldsymbol{m})\chi(\det \boldsymbol{a}_1) \mid \det \boldsymbol{a}_1 \mid^{s+\frac{n}{2}}$.于是其是 $M_w(\mathbf{F}) \backslash M_w(\mathbf{A})$ 上的特征标，且

$$f_w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s) = \mu_w(\boldsymbol{m}) f_w(\boldsymbol{g}, s), \forall \boldsymbol{m} \in M_w(\mathbf{A}), \boldsymbol{g} \in G(\mathbf{A}).$$

令 ν_w 是 μ_w 在 $Z_M(\mathbf{A})$ 上的限制，其中 Z_M 是 M 的中心.令 $\Delta = \{\nu_w : w \in W(M_n, M)\}$.于是 $E_P(\boldsymbol{g}, s, f) = \sum\limits_{\nu \in \Delta} E_{P,\nu}(\boldsymbol{g}, s, f)$，其中 $E_{P,\nu}(\boldsymbol{g}, s, f) = \sum\limits_{w \in W(M_n, M), \nu_w = \nu} E_P^w(\boldsymbol{g}, s, f)$，而 $E_P^w(\boldsymbol{g}, s, f) = \sum\limits_{\gamma \in M_w(\mathbf{F}) \backslash M(\mathbf{F})} f_w(\gamma \boldsymbol{g}, s)$.注意 $\boldsymbol{m} \mapsto E_{P,\nu}(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f)$ 的中心特征标为 ν.

下述命题是 Kudla-Rallis 首次在辛群的情形上证明的(参见文献[7]中的命题 3.3).

命题 1 Siegel Eisenstein 级数 $E(\boldsymbol{g}, s, f)$ 集中在 Borel 子群 B 上，即若 $P = NM$ 是 G 的一个不等于 B 的标准抛物子群，而 h 是 $M(\mathbf{F}) \backslash M(\mathbf{A})$ 上中心特征标为 ν^{-1} 的一个尖形式，则

$$\int\limits_{Z_M(\mathbf{A}) M(\mathbf{F}) \backslash M(\mathbf{A})} E_{P,\nu}(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f) h(\boldsymbol{m})\mathrm{d}\boldsymbol{m} = 0.$$

证 由于 P 不等于 B，故其 Levi 子群 M 不是交换的.注意

$$E_{P,\nu}(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f) = \sum_{w \in W(M_n, M), \nu_w = \nu} E_P^w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f).$$

若 $M_w = M$，则 $\boldsymbol{m} \mapsto E_P^w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f) = f_w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s)$ 是非交换群 $M(\mathbf{F}) \backslash M(\mathbf{A})$ 上的一个特征标，故其与尖形式 h 是正交的.

若 $M_w \neq M$，则 $\boldsymbol{m} \mapsto E_P^w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f)$ 是非交换群 $M(\mathbf{F}) \backslash M(\mathbf{A})$ 上的一个 Eisenstein 级数，故其与尖形式 h 也是正交的.

综上，$E_{P,\nu}(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f) = \sum\limits_{w \in W(M_n, M), \nu_w = \nu} E_P^w(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}, s, f)$ 与尖形式 h 总是正交的.

引理 3[4] 设 h 是 $G(\mathbf{F})\backslash G(\mathbf{A})$ 上的一个自守形式.若 h 集中在 Borel 子群 B 上(见上述命题 1),且 $h_B=0$,则 $h=0$.

证 这本质上是 Langlands 的一个结果,参见文献[4]中第 3 章的引理 3.7,也可参见文献[6]中的命题 2.9 或文献[8]中的命题 Ⅰ.3.4.

接下来用 Kudla 和 Rallis 的方法来证明常数项原则.注意 Kudla 和 Rallis 在辛群的情形证明了关于 Siegel 抛物子群的常数项原则(参见文献[7]中的推论 3.4).实际上该方法可以证明一般的常数项原则.

定理 1 设 $P=NM$ 是 G 的一个标准抛物子群.则 Siegel Eisenstein 级数 $E(\boldsymbol{g},s,f)$ 与其常数项 $E_P(\boldsymbol{g},s,f)$ 有相同的极点,即 s_0 是 $E(\boldsymbol{g},s,f)$ 的一个 k 阶极点当且仅当 s_0 是 $E_P(\boldsymbol{g},s,f)$ 的一个 k 阶极点.

证 考虑 $E(\boldsymbol{g},s,f)$ 关于 Borel 子群 B 的常数项 $E_B(\boldsymbol{g},s,f)$.其与常数项 $E_P(\boldsymbol{g},s,f)$ 有如下关系:

$$E_B(\boldsymbol{g},s,f)=\int\limits_{\mathrm{U}(\mathbf{F})N(\mathbf{A})\backslash \mathrm{U}(\mathbf{A})} E_P(\boldsymbol{ug},s,f)\mathrm{d}\boldsymbol{u}\ .$$

设 s_0 是 $E(\boldsymbol{g},s,f)$ 的一个 k 阶极点.设 k_0 是 $E_B(\boldsymbol{g},s,f)$ 在 s_0 处的阶,k' 是 $E_P(\boldsymbol{g},s,f)$ 在 s_0 处的阶,则 $0\leqslant k_0\leqslant k'\leqslant k$.下面证明 $k_0=k$.

首先由 k_0 的定义可知 $G(\mathbf{A})$ 上的函数 $h(\boldsymbol{g})=\lim\limits_{s\to s_0}(s-s_0)^kE(\boldsymbol{g},s,f)$ 不恒为零.假设 $k_0<k$,于是 h 关于 B 的常数项恒为零:

$$h_B(\boldsymbol{g})=\lim_{s\to s_0}(s-s_0)^kE_B(\boldsymbol{g},s,f)=\lim_{s\to s_0}(s-s_0)^{k-k_0}\ (s-s_0)^{k_0}E_B(\boldsymbol{g},s,f)=0.$$

由于 $E(\boldsymbol{g},s,f)$ 集中在 Borel 子群 B 上,故 h 也集中在 Borel 子群 B 上.由引理 3 可知 h 恒为零.而这与 h 不恒为零矛盾,故假设 $k_0<k$ 不成立,即有 $k_0=k$.

2 结 论

通过采用 Kudla 和 Rallis 研究数域上辛群的 Siegel Eisenstein 级数解析性质的方法,证明了整体域上拟分裂酉群 $\mathrm{U}(n,n)$ 的 Siegel Eisenstein 级数的常数项原则,即该级数的极点与其沿着一个抛物子群的常数项的极点相同.Siegel Eisenstein 级数的常数项是个更简单的对象,因此可以通过研究常数项的极点来研究 Siegel Eisenstein 级数的极点.

参考文献:

[1] 加藤和也,黑川信重,斋藤毅.数论Ⅰ:Fermat 的梦想和类域论[M].胥鸣伟,印林生,译.北京:高等教育出版社,2009:1-298.

[2] Weil A.Sur la formule de siegel dans la théorie des groupes classiques[J].Acta Mathematica,1965,113(1):1-87.DOI:10.1007/BF02391774.

[3] Xiong W.On the Siegel-Weil formula for classical groups over function fields[J].Journal of Number Theory,2020,215:52-97.DOI:10.1016/j.jnt.2020.01.007.

[4] Langlands R P.On the functional equations satisfied by Eisenstein series[M].Berlin:Springer,1976:1-337.

[5] Harder G.Chevalley groups over function fields and automorphic forms[J].The Annals of Mathematics,1974,100(2):249.DOI:10.2307/1971073.

[6] Morris L E.Eisenstein series for reductive groups over global function fields Ⅰ:the cusp form case[J].Canadian Journal of Mathematics,1982,34(1):91-168.DOI:10.4153/cjm-1982-009-2.

[7] Kudla S S,Rallis S.On the Weil-Siegel formula[J].Journal fur die Reine und Angewandte Mathematik,1988,1988(387):1-68.DOI:10.1515/crll.1988.387.1.

[8] Moeglin C, Waldspurger J L. Spectral decomposition and Eisenstein series[M].Cambridge: Cambridge University Press, 1995:1-338.

(责任编辑 赵静慧)