



无滚转控制导弹跟踪部位布设位置优化

张鑫勇*, 王炯琦, 何章鸣, 周萱影

(国防科技大学 理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:在无滚转控制导弹试验工程背景下,以多波束雷达测量体系为例,提出一种导弹跟踪部位布设位置优化方案,用于提高无滚转控制导弹跟踪部位不一致修正精度。首先,通过外测数据获取跟踪部位信息,利用光学设备或遥测设备等测量数据解算出导弹惯导平台中心位置参数,并以此为基准计算出跟踪部位修正量;其次,运用误差传播原理,分析无滚转控制导弹跟踪部位不一致修正误差,提出了通过布设两个跟踪部位来提高无滚转控制导弹跟踪部位不一致修正精度的方法;然后,借助三角函数变换分离无滚转控制导弹对跟踪部位不一致修正精度的影响因素,据此优化跟踪部位布设角度、距离来降低无滚转控制导弹对修正误差的贡献。最后,以两个跟踪部位点布设优化为例进行仿真验证。结果表明:该文提出的跟踪部位点布设优化方案能够有效提高无滚转控制导弹背景下跟踪部位不一致修正精度,优化方案有效。

关键词:无滚转控制;跟踪部位;误差传递;三角函数;精度分析

中图分类号:TJ02 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-499X(2025)01-0028-08

Optimization of Placement of Tracking Parts for Missile Without Roll Control

ZHANG Xinyong*, WANG Jiongqi, HE Zhangming, ZHOU Xuanying

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In the context of non-rolling control missile testing engineering, an optimization scheme was proposed for the placement of trajectory tracking positions to improve the accuracy of inconsistency correction in trajectory tracking positions without rolling control, taking the multi-beam radar measurement system as an example. Firstly, based on the tracking location information obtained from external measurement data, the correction amount of the tracking location was calculated by using measurement data from optical equipment or telemetry equipment to calculate the center position parameters of the missile inertial-navigation-platform. Secondly, the inconsistency correction error of the non-rolling control missile tracking part was analyzed by applying the principle of error transmission, and a method was proposed to improve the accuracy of inconsistency correction of the non-rolling control missile tracking part by deploying two tracking parts. Then, the influencing factors of the non-rolling control missile on the accuracy of inconsistent correction of the tracking position were separated. On this basis, the angle and distance of the tracking position were optimized to reduce the contribution of the non-rolling control missile to the correction error. Finally, simulation experiments were carried out by taking the optimization of two tracking-point layouts as examples. The results show that the proposed optimization scheme for tracking point layouts effectively improves the accuracy of tracking-point inconsistency correction in the background of non-rolling control missile, verifying the effectiveness of the optimization scheme.

Key words: non-rolling control; tracking position; error transmission; trigonometric function; precision analysis

无滚转控制导弹通常是通过俯仰偏航控制实现制导任务,对于滚转回路只进行稳定,而不进行控制,即为常采用的自由滚转弹体设计^[1-4]。相比于以稳定角速度自旋的有滚转控制导弹或者不产生自旋的导弹,无滚转控制导弹在飞行过程中沿其弹体纵轴方向做角速度不定的自旋运动,这样能够避免加装滚控装置带来的系统复杂性^[5],大大增加了导弹的有效载荷^[6],相关技术已在新型远程打击武器中得到了应用。

正是由于无滚转控制导弹飞行过程中自由滚转的弹体设计,外测设备在弹体上的跟踪部位也会随之滚转,这对于外测设备跟踪部位不一致修正更具有挑战性。因此,优化弹体上的跟踪部位布设位置,对减少跟踪部位不一致对测元修正量误差影响,提高外测设备跟踪精度,获取更高精度的弹道数据,具有重要意义。

近年来,有文献对导弹跟踪部位不一致修正进行了研究,文献[7]利用捷联惯导系统的姿态参数对待测目标跟踪部位进行修正;文献[8]利用待测目标瞬时航行角及各修正部位的角度关系,提出角度修正法和系统修正法。这些方法能够在一定条件下达到较高的修正精度,但都是针对待测目标在有滚转控制下的跟踪部位修正,某种意义上属于“静态”跟踪部位修正。而对于无滚转控制导弹,弹体本身的自旋运动会引起马格努斯效应和陀螺效应^[9],而且只对滚转回路进行稳定,导致滚转角速率不恒定,需要“动态”跟踪部位修正,一般需要布设多个跟踪部位才能较准确反应出弹体的运动轨迹。因此,相比于有滚转控制导弹,无滚转控制导弹靶场试验中不仅需要考虑跟踪部位不一致误差,还需要考虑弹体上外测设备跟踪部位布设位置的优化,以此来减少弹体自旋对测元修正量误差的影响,提高“动态”跟踪部位不一致修正精度。

鉴于此,本文在无滚转控制导弹试验工程背景下,以多波束雷达测量体系为例,提出了一种跟踪部位布设位置优化方案,用于提高导弹跟踪部位不一致修正精度。首先介绍跟踪部位不一致修正方法,推导出测元修正量误差上界,而后通过跟踪部位布设位置的设计优化,来减小无滚转控制导弹中弹体自旋对修正量精度的影响,降低修正量误差上界的同时,提高跟踪部位不一致修正精度。最后采用仿真实验方法,验证了跟踪部位布设位置优化方案可以减少无滚转控制导弹对测量修正精度的影响,能

够提高测元精度。

1 跟踪部位修正方法

导弹跟踪部位不一致是将各个外测设备的跟踪部位统一修正至同一坐标系下同一位置,以便消除因外测设备跟踪部位不一致导致的系统误差^[12]。本文采取的修正方法是在测量坐标系下,利用卫星导航等遥测数据推导出粗略轨迹参数^[13],而后计算出跟踪部位相对惯导平台中心的测距元、测速元修正量,最后在实际测量值基础上补偿修正量,从而实现跟踪部位不一致修正^[14-16]。下文先介绍导弹跟踪部位修正中各个坐标系的定义,然后分别给出多波束雷达测量体系下基于测距、测速的跟踪部位修正方法。

1.1 坐标系定义

①弹体坐标系。坐标系原点 O 为导弹惯导平台中心; Ox 为导弹外壳对称轴,并指向飞行器的顶端, Oy 在导弹的主对称面内,且该平面在发射瞬间与发射坐标系 Oxy 平面重合, Oy 垂直 Ox ; Oz 垂直主对称面,顺着发射方向看, z 轴指向右方,坐标系为右手系,如图1所示。

②发射坐标系。坐标系原点 O_1 与发射点 O 相连, O_1x_1 在发射点水平面内指向发射瞄准方向, O_1y_1 垂直发射点水平面指向上方, O_1z_1 与 $O_1x_1y_1$ 垂直,并与 O_1x_1, O_1y_1 构成右手坐标系,如图1所示。

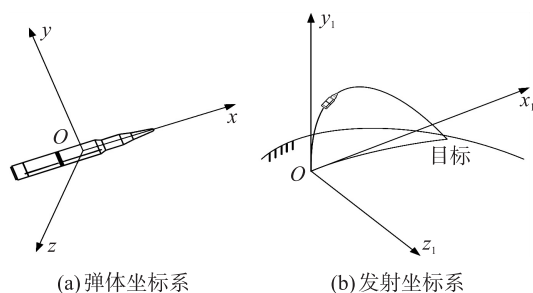


图1 坐标系示意图

Fig. 1 Coordinate system diagram

③测量坐标系。测量坐标系也称站心坐标系,是以测量设备的中心为坐标原点的坐标系。主要分为两种:一种是垂线测量坐标系 $O_qx_qy_qz_q$,原点 O_q 通常为无线电测量设备接受天线回转中心, O_qy_q 与点 O_q 的铅垂线重合,指向地球外, O_qx_q 在过 O_q 点的水平面内,指向大地正北,三轴构成右手系;另一种是法线测量坐标系 $O_nx_ny_nz_n$,原点 O_n 为测量设备接收天线的回转中心, O_ny_n 与 O_n 点的地球椭圆球面的法线重合,指向椭圆球外, O_nx_n 在过 O_n 的地球椭圆球面的法线重合,指向椭圆球外, O_nx_n 在过 O_n 的地球椭圆球面的法线重合,指向椭圆球外,三轴构成右手系。

球面的切平面内,指向地球椭球正北极,三轴构成右手系^[14]。本文主要采用垂线测量坐标系。

1.2 基于测距测元的跟踪部位修正方法

由于无滚转控制导弹对滚转回路只进行稳定而不进行控制,导致弹体自旋的角速度不恒定,所以需要多个外测设备的跟踪部位进行测量定位。在弹体坐标系中,考虑导弹跟踪效果及弹载实际工况,假设在弹体上安装两个外测设备跟踪部位 A_1, A_2 , 其中 A_1, A_2 距离弹体坐标系 x 轴分别为 r_1, r_2 , 距离惯导中心 O 距离为 L_1, L_2 , 与弹体坐标系 y 轴夹角分别为 α, β , 则弹体不发生自旋情况下,静态的跟踪部位 A_1, A_2 在弹体坐标系下的位置如图 2 所示。

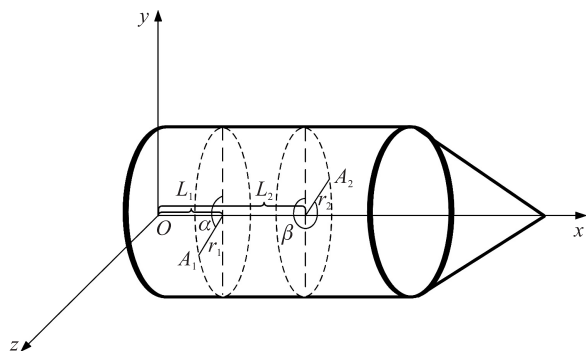


图 2 弹体坐标系下弹体上跟踪部位示意图

Fig. 2 Schematic diagram of tracking location on the projectile in the coordinate system

为了修正跟踪部位测元,需要将各个跟踪部位统一到测站坐标下进行分析,利用欧拉角及旋转矩阵将弹体坐标系、发射坐标系逐步转化成测站坐标系。

在弹体坐标系下,当弹体做无滚转控制运动时,跟踪部位 A_1, A_2 可表示为

$$\begin{cases} A_1 = (L_1 \quad r_1 \cos(\alpha + \int \omega_0 dt) \quad r_1 \sin(\alpha + \int \omega_0 dt))^T \\ A_2 = (L_2 \quad r_2 \cos(\beta + \int \omega_0 dt) \quad r_2 \sin(\beta + \int \omega_0 dt))^T \end{cases} \quad (1)$$

式中: ω_0 为弹体绕弹体坐标系 x 轴自旋瞬时角速率。

在发射坐标系下,令导弹惯导平台中心坐标为 $X_0 = (x_0 \quad y_0 \quad z_0)^T$, 则利用欧拉角及方向余弦阵^[13], 可以推导出跟踪部位 A_1, A_2 在发射坐标系下的位置:

$$\begin{cases} X_{A_1} = X_0 + M_3(-\varphi) M_2(-\psi) M_1(-\gamma) A_1 \\ X_{A_2} = X_0 + M_3(-\varphi) M_2(-\psi) M_1(-\gamma) A_2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} M_1(\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \\ M_2(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \\ M_3(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

式中: γ 为滚动角, ψ 为偏航角, φ 为俯仰角。

在测站坐标系下,利用测站坐标系与发射坐标系转化矩阵 $G^{[8]}$, 设 X_{M_0} 为惯导中心在测站坐标系中的位置, 则跟踪部位 A_1, A_2 位置可表示为

$$\begin{cases} X_{M_{A_1}} = X_{M_0} + P_1 \\ X_{M_{A_2}} = X_{M_0} + P_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$M = M_3(-\varphi) M_2(-\psi) M_1(-\gamma)$$

$$P_1 = GM (L_1 \quad r_1 \cos(\alpha + \int \omega_0 dt) \quad r_1 \sin(\alpha + \int \omega_0 dt))^T$$

$$P_2 = GM (L_2 \quad r_2 \cos(\beta + \int \omega_0 dt) \quad r_2 \sin(\beta + \int \omega_0 dt))^T$$

惯导中心位置 $X_{M_0} = (x_{M_0} \quad y_{M_0} \quad z_{M_0})^T$ 距离信息可表示为

$$R = \sqrt{x_{M_0}^2 + y_{M_0}^2 + z_{M_0}^2} = \|X_{M_0}\| \quad (5)$$

跟踪部位 A_1, A_2 位置: $X_{M_{A_1}} = (x_{M_{A_1}} \quad y_{M_{A_1}} \quad z_{M_{A_1}})^T$, $X_{M_{A_2}} = (x_{M_{A_2}} \quad y_{M_{A_2}} \quad z_{M_{A_2}})^T$, 距离信息可表示为

$$\begin{cases} R_{M_{A_1}} = \sqrt{x_{M_{A_1}}^2 + y_{M_{A_1}}^2 + z_{M_{A_1}}^2} = \|X_{M_{A_1}}\| \\ R_{M_{A_2}} = \sqrt{x_{M_{A_2}}^2 + y_{M_{A_2}}^2 + z_{M_{A_2}}^2} = \|X_{M_{A_2}}\| \end{cases} \quad (6)$$

可推导出测距跟踪部位修正量:

$$\begin{cases} \Delta R_1 = \|X_{M_0}\| - \|X_{M_{A_1}}\| \\ \Delta R_2 = \|X_{M_0}\| - \|X_{M_{A_2}}\| \end{cases} \quad (7)$$

1.3 基于测速测元的跟踪部位修正方法

在测站坐标系中,式(4)两边关于时间求微分,可得出跟踪部位 A_1, A_2 的速度:

$$\begin{cases} \dot{X}_{M_{A_1}} = \dot{X}_{M_0} + \dot{p}_1 + \dot{q}_1 \\ \dot{X}_{M_{A_2}} = \dot{X}_{M_0} + \dot{p}_2 + \dot{q}_2 \end{cases} \quad (8)$$

$$\dot{p}_1 = AA_1, \dot{p}_2 = AA_2, \dot{q}_1 = BB_1, \dot{q}_2 = BB_2$$

$$A = G[\dot{\varphi} \dot{M}_3(-\varphi) M_2(-\psi) M_1(-\gamma) +$$

$$\psi \dot{M}_3(-\varphi) \dot{M}_2(-\psi) M_1(-\gamma) +$$

$$\dot{\gamma} M_3(-\varphi) M_2(-\psi) \dot{M}_1(-\gamma)]$$

$$B = GM_3(-\varphi) M_2(-\psi) M_1(-\gamma)$$

$$\mathbf{B}_1 = (0 \quad -r_1\omega_0\sin(\alpha + \int\omega_0 dt) \quad r_1\omega_0\cos(\alpha + \int\omega_0 dt))^T$$

$$\mathbf{B}_2 = (0 \quad -r_2\omega_0\sin(\beta + \int\omega_0 dt) \quad r_2\omega_0\cos(\beta + \int\omega_0 dt))^T$$

由测站坐标系惯导平台中心的概略位置 $\mathbf{X}_{M_0} = (x_{M_0} \ y_{M_0} \ z_{M_0})^T$ 和速度 $\dot{\mathbf{X}}_{M_0} = (\dot{x}_{M_0} \ \dot{y}_{M_0} \ \dot{z}_{M_0})^T$, 可计算出惯导平台中心相对测站的径向速度:

$$\dot{R} = \frac{\dot{x}_{M_0}x_{M_0} + \dot{y}_{M_0}y_{M_0} + \dot{z}_{M_0}z_{M_0}}{\sqrt{x_{M_0}^2 + y_{M_0}^2 + z_{M_0}^2}} = \frac{\dot{\mathbf{X}}_{M_0}^T \mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \quad (9)$$

同理,根据测站坐标系下跟踪部位 $\mathbf{A}_1$ 和 $\mathbf{A}_2$ 的位置和速度,可计算出惯导平台中心相对测站的径向速度:

$$\begin{cases} \dot{R}_{M_{A1}} = \frac{\dot{x}_{M_{A1}}x_{M_{A1}} + \dot{y}_{M_{A1}}y_{M_{A1}} + \dot{z}_{M_{A1}}z_{M_{A1}}}{\sqrt{x_{M_{A1}}^2 + y_{M_{A1}}^2 + z_{M_{A1}}^2}} = \frac{\dot{\mathbf{X}}_{M_{A1}}^T \mathbf{X}_{M_{A1}}}{\|\mathbf{X}_{M_{A1}}\|} \\ \dot{R}_{M_{A2}} = \frac{\dot{x}_{M_{A2}}x_{M_{A2}} + \dot{y}_{M_{A2}}y_{M_{A2}} + \dot{z}_{M_{A2}}z_{M_{A2}}}{\sqrt{x_{M_{A2}}^2 + y_{M_{A2}}^2 + z_{M_{A2}}^2}} = \frac{\dot{\mathbf{X}}_{M_{A2}}^T \mathbf{X}_{M_{A2}}}{\|\mathbf{X}_{M_{A2}}\|} \end{cases} \quad (10)$$

于是径向速度的跟踪部位修正量为

$$\begin{cases} \Delta\dot{R}_1 = \Delta\dot{R}_{11} + \Delta\dot{R}_{12} \\ \Delta\dot{R}_2 = \Delta\dot{R}_{21} + \Delta\dot{R}_{22} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \Delta\dot{R}_{11} = -\frac{(\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1)^T \mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \\ \Delta\dot{R}_{12} = (\dot{\mathbf{X}}_{M_0} + \dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1)^T \left[\frac{\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} - \frac{\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1\|} \right] \\ \Delta\dot{R}_{21} = -\frac{(\dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2)^T \mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \\ \Delta\dot{R}_{22} = (\dot{\mathbf{X}}_{M_0} + \dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2)^T \left[\frac{\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} - \frac{\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2\|} \right] \end{cases} \quad (12)$$

2 跟踪部位布设位置优化

根据式(10)和式(12)可以看出,相比于有滚转控制导弹跟踪部位不一致修正方法,无滚转控制导弹跟踪部位修正量是含有弹体自旋角速率变量的非线性函数,而且外测设备无法准确测量出弹体自旋滚转的角速率,这就需要通过设计跟踪部位距修正中心的距离和角度来减少因弹体自旋对修正量的影响,进而提高修正精度。下面分别对测距、测速修正量进行分析,给出跟踪部位的最优布设方案。

2.1 基于测距测元的跟踪部位布设优化方案

首先针对测距修正量进行分析,对于式(7),利用误差传播原理可以推出:

$$\begin{cases} \left| \frac{\partial \Delta R_1}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} \right| = \left| \frac{\mathbf{X}_{M_0}^T d\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} - \frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1)^T d\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1\|} \right| \\ \left| \frac{\partial \Delta R_2}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} \right| = \left| \frac{\mathbf{X}_{M_0}^T d\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} - \frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2)^T d\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2\|} \right| \end{cases} \quad (13)$$

根据式(13),可以通过布设跟踪部位位置使得修正量误差上界最小,来达到减少因弹体自旋对修正量影响的目的,则目标函数为

$$F_m = \sup \{ |\Delta R_1| + |\Delta R_2| \} \quad (14)$$

将式(14)代入具体参数进行分析:

$$\begin{cases} F_m \leq \sqrt{2 \left(\frac{\mathbf{X}_{M_0}^T d\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \right)^2} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{H} \\ \mathbf{J} = \max \left\{ \frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1)^T d\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1\|}, \frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2)^T d\mathbf{X}_{M_0}}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2\|} \right\} \\ \mathbf{H} = \left[\left(\frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1)^T}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1\|} - 2 \frac{\mathbf{X}_{M_0}^T}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \right) + \right. \\ \left. \left(\frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2)^T}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2\|} - 2 \frac{\mathbf{X}_{M_0}^T}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \right) \right] d\mathbf{X}_{M_0} \end{cases}$$

令:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \left(\frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1)^T}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_1\|} - 2 \frac{\mathbf{X}_{M_0}^T}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \right) + \\ &\quad \left(\frac{(\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2)^T}{\|\mathbf{X}_{M_0} + \mathbf{p}_2\|} - 2 \frac{\mathbf{X}_{M_0}^T}{\|\mathbf{X}_{M_0}\|} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$\mathbf{T}$ 为减少修正误差的决策变量。即在测站坐标系下,通过缩小 $\mathbf{T}$, 就可以降低测距修正量误差的上界,从而提高修正精度。分析式(15)几何意义:跟踪部位 $\mathbf{A}_1$ 和 $\mathbf{A}_2$ 的方向向量 $\mathbf{e}_1$ 和 $\mathbf{e}_2$, 分别与惯导平台中心 O 的方向向量 $\mathbf{e}_0$ 作差后再相加,如图3所示。

由图3可知,式(15)可转化为

$$\mathbf{T} = \mathbf{e}'_1 + \mathbf{e}'_2 + \mathbf{e}''_1 + \mathbf{e}''_2$$

式中: $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}''_1, \mathbf{e}''_2$ 分别为跟踪部位 $\mathbf{A}_1$ 和 $\mathbf{A}_2$ 在弹体径向方向上和垂直于径向方向上的投影。因此,当跟踪部位布设角度满足 $\alpha - \beta = \pm \pi$ 时,弹体上的2个跟踪部位布设位置使测距修正量误差上界最小,修正精度最高,即可通过布设跟踪部位位置来减小因弹体自旋对测距修正量的影响,提高测距修正精度。

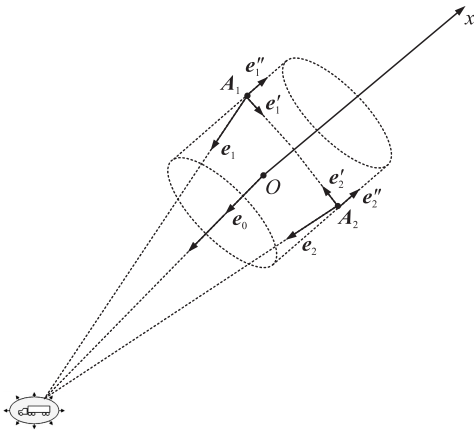


图3 几何示意图

Fig. 3 Geometric schematic diagram

布设位置方案1 跟踪部位布设角度满足 $\alpha - \beta = \pm\pi$, 根据式(4)和式(7), 布设距离 L_1, L_2, r_1, r_2 应尽可能得小, 此时测距修正量误差上界会相对较小, 测距修正精度相对最高。

2.2 基于测速测元的跟踪部位布设优化方案

针对测速修正量进行分析, 根据式(12), 利用误差传播原理可以推出:

$$\begin{cases} d\Delta\dot{R}_1 = d\Delta\dot{R}_{11} + d\Delta\dot{R}_{12} = \frac{\partial\Delta\dot{R}_{11}}{\partial\mathbf{X}_{M_0}} d\mathbf{X}_{M_0} + \frac{\partial\Delta\dot{R}_{12}}{\partial\mathbf{X}_{M_0}} d\mathbf{X}_{M_0} \\ d\Delta\dot{R}_2 = d\Delta\dot{R}_{21} + d\Delta\dot{R}_{22} = \frac{\partial\Delta\dot{R}_{21}}{\partial\mathbf{X}_{M_0}} d\mathbf{X}_{M_0} + \frac{\partial\Delta\dot{R}_{22}}{\partial\mathbf{X}_{M_0}} d\mathbf{X}_{M_0} \end{cases} \quad (16)$$

根据式(16), 可以通过布设跟踪部位位置使得修正量误差上界最小, 减小因弹体自旋对修正量的影响。目标函数为

$$F'_m = \sup \{ |d\Delta\dot{R}_1| + |d\Delta\dot{R}_2| \}$$

利用三角不等式对上式进行分析, 可推导出:

$$\sup(|d\Delta\dot{R}_1| + |d\Delta\dot{R}_2|) \leq K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 \quad (17)$$

$$K_1 = \frac{3(\|\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1\|_2^2 + \|d\mathbf{X}\|_2^2)}{2\|\mathbf{X}_{M_0}\|_2}$$

$$K_2 = \frac{3(\|\dot{\mathbf{X}}_{M_0}\|_2^2 + \|\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1\|_2^2 + \|d\mathbf{X}\|_2^2)}{2\|\mathbf{X}_{M_0}\|_2}$$

$$K_3 = \frac{3(\|\dot{\mathbf{X}}_{M_0}\|_2^2 + \|\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1\|_2^2 + \|d\mathbf{X}\|_2^2)}{2\|\mathbf{X}_{M_0}\|_2}$$

$$K_4 = \frac{3(\|\dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2\|_2^2 + \|d\mathbf{X}\|_2^2)}{2\|\mathbf{X}_{M_0}\|_2}$$

$$K_5 = \frac{3(\|\dot{\mathbf{X}}_{M_0}\|_2^2 + \|\dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2\|_2^2 + \|d\mathbf{X}\|_2^2)}{2\|\mathbf{X}_{M_0}\|_2}$$

$$K_6 = \frac{3(\|\dot{\mathbf{X}}_{M_0}\|_2^2 + \|\dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2\|_2^2 + \|d\mathbf{X}\|_2^2)}{2\|\mathbf{X}_{M_0}\|_2}$$

式中: $\|\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1\|_2^2$ 和 $\|\dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2\|_2^2$ 包含跟踪部位布设位置、弹体自旋角速率两种因素, 即为基于测速测元的跟踪部位布设优化方案的决策变量。如果将上述两种影响因素降到最低, 就可通过优化跟踪部位布设位置来减小弹体自旋角速率对修正量精度的影响, 从而提高修正精度。其中 $\|\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1\|_2^2 + \|\dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2\|_2^2$ 物理意义为通过跟踪部位布设优化, 使得各个跟踪部位在测站坐标系下速度和最小。进一步将目标函数改成为

$$F_m = \sup(\|\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_1\|_2^2 + \|\dot{\mathbf{p}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_2\|_2^2) \quad (18)$$

代入具体参数, 式(18)可转化为

$$F_m \leq D \cdot S + 2D \cdot F + 2(r_1^2 + r_2^2)\omega_0 \quad (19)$$

$$S = L_1^2 + L_2^2 + r_1^2 + r_2^2$$

$$D = |\dot{\psi}| + |\dot{\phi}| + |\dot{\gamma}|$$

$$\begin{aligned} F = & L_1 r_1 \omega_0 [\cos(\alpha + \int \omega_0 dt) - \sin(\alpha + \int \omega_0 dt)] + \\ & r_1^2 \omega_0 [\cos^2(\alpha + \int \omega_0 dt) - \sin^2(\alpha + \int \omega_0 dt)] + \\ & L_2 r_2 \omega_0 [\cos(\beta + \int \omega_0 dt) - \sin(\beta + \int \omega_0 dt)] + \\ & r_2^2 \omega_0 [\cos^2(\beta + \int \omega_0 dt) - \sin^2(\beta + \int \omega_0 dt)] \end{aligned}$$

式(19)中第1项和第3项可通过减小跟踪部位布设位置的 L 和 r , 降低弹体自旋的角速率 ω_0 对修正精度的影响; 第2项可通过优化跟踪部位布设角度, 降低弹体自旋的角速率 ω_0 对修正精度的影响, 令式(19)中第2项为 U , 利用三角函数性质, U 可化简, 即:

$$U = 2D \sqrt{2r_1^2 + 2r_2^2} L \omega_0 \cos\left(\frac{\pi + 2\alpha - 2\beta}{4}\right) W \quad (20)$$

$$W = W_1 \cos\alpha_1 + W_2 \cos\alpha_2$$

$$\alpha_1 = (-2\theta - \alpha - \beta - 2\omega_0 t)/2$$

$$\alpha_2 = (\pi - 2\theta - \alpha + \beta + 2\omega_0 t)/2$$

$$W_1 = r_1 \cos(\alpha + \int \omega_0 dt) + r_2 \sin(\beta + \int \omega_0 dt) + 1$$

$$W_2 = r_1 \sin(\alpha + \int \omega_0 dt) + r_2 \cos(\beta + \int \omega_0 dt) + 1$$

式中: θ 定义为 $\cos\theta = r_1 / \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ 。

布设位置方案2 由式(19)和式(20)可知, 当 $\cos((\pi + 2\alpha - 2\beta)/4) = 0$, 即 $\alpha - \beta = \pi/2$, 或 $\alpha - \beta = -3\pi/2$, $L_1 = L_2$, $r_1 = r_2$, 且 r 和 L 尽可能小时, 测速修正量误差上界相对较小, 测速修正量精度最高。

综上所述, 优化跟踪部位布设位置可以有效减小无滚转控制弹体运动对测元修正量的影响。当采

取跟踪部位布设方案为 $\alpha-\beta=\pm\pi$,且 L 和 r 尽可能小,可降低测距修正量误差上界,提高测距修正精度;当采取跟踪部位布设方案为 $\alpha-\beta=\pi/2$,或 $\alpha-\beta=-3\pi/2$, $L_1=L_2$, $r_1=r_2$,且 L 和 r 尽可能小时,可降低测速修正量误差上界,提高测速修正量精度。在实际工程中,可根据试验目的对不同测元的精度要求,选择相应的跟踪部位布设位置方案,提高相对应的测元修正量精度。

3 实验仿真分析

采用数值积分法模拟导弹运动轨迹方程,设弹体自旋角速率随时间变化规律是振幅为 $[-60(^{\circ})/s, 60(^{\circ})/s]$ 的正弦波,以此模拟导弹做无滚转控制运动,弹体自旋滚转的角速率和旋转角度随时间变化如图4所示。

为验证跟踪部位布设位置对修正量精度的影响,在弹体坐标系下随机选取外测设备跟踪部位布

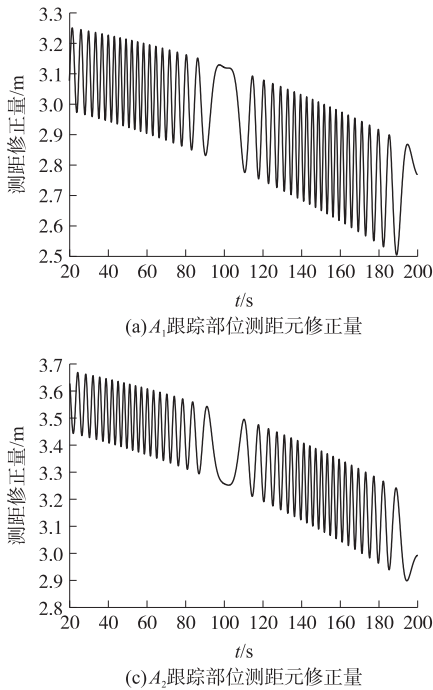


图5 跟踪部位 A_1 和 A_2 测距元、测速元修正量随时间变化图

Fig. 5 Time variation of distance and speed measurement element correction for tracking parts A_1 and A_2

采取同样的方法,根据工程实际在惯导中心位置和速度信息上分别加入随机误差 $[-200\text{ m}, 200\text{ m}]$ 和 $[-10\text{ m/s}, 10\text{ m/s}]$,模拟实际获得位置和速度信息,根据式(9)和式(17),计算出测距元、测速元的修正量误差结果,如图6所示。

对比图5和图6结果可以看出,在无滚转控制导弹中,测距修正量误差绝对值最大值为 $4.37\times 10^{-4}\text{ m}$,

设位置为 $A_1=(L_1\ r_1\ \alpha)=(3.50\ 0.30\ 100)$, $A_2=(L_2\ r_2\ \beta)=(4\ 0.25\ 260)$,计算跟踪部位 A_1 和 A_2 的修正量随时间变化如图5所示。测距修正量最大可达3.688 m,测速修正量最大可达1.059 m/s。由此可见,外测数据的跟踪部位不一致误差较大,为满足外测系统的精度指标要求,必须对跟踪部位不一致误差予以修正。

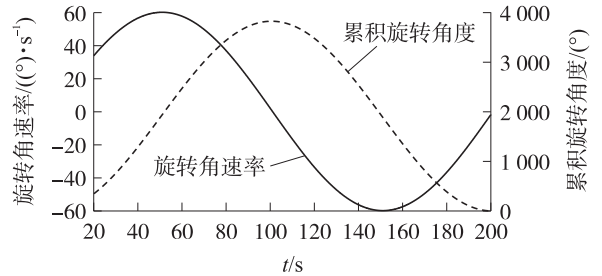
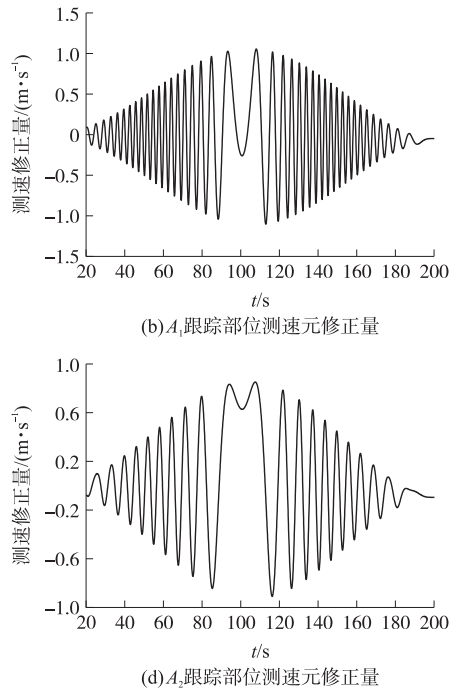


图4 自旋角速率和累积旋转角度随时间变化图

Fig. 4 Graphs of rotation rate and cumulative rotation angle varying with time



测速修正量误差绝对值最大值为0.001 724 9 m/s。根据上述跟踪部位布设位置方案1和方案2,更改为 $A_1=(3.50\ 0.25\ 90)$, $A_2=(3.50\ 0.25\ 270)$,使其满足布设方案1中 $\alpha-\beta=\pm\pi$ 跟踪部位布设角度关系,以此验证方案1的正确性;将原布设方案更改为 $A_1=(3.50\ 0.25\ 135)$, $A_2=(3.50\ 0.25\ 225)$,使其满足 $L_1=L_2$, $r_1=r_2$, $\alpha-\beta=\pi/2$ 或 $\alpha-\beta=-3\pi/2$ 的跟

踪部位布设方案,以此验证布设位置方案 2 的正确性。

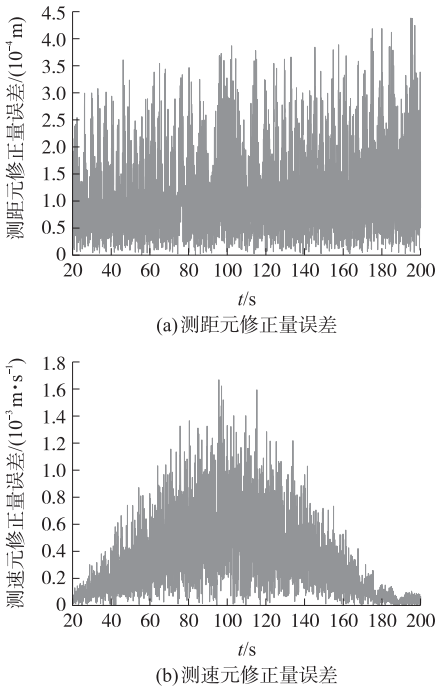


图 6 测距元、测速元修正量误差随时间变化图
Fig. 6 Time variation chart of correction error of distance measurement element and speed measurement element

跟踪部位 A_1 和 A_2 的测距、测速修正量误差绝对值如图 7 所示。由图可知,测距修正量误差绝对值最大值为 2.27×10^{-4} m,相对于原方案误差减小 48.1%;径向速度修正量误差绝对值最大值为 0.001 355 2 m/s,相对于原方案误差减小 21.4%,从结果来看,优化后的跟踪部位布设方案可有效减小测元修正量误差,能够提高测元修正精度。

采用遍历寻求最优解的方法,对比不同跟踪部位布设方案,进一步验证结论的正确性、最优性。控制跟踪部位布设距离不变,即 L, r 保持不变,调整布设角度 α 和 β ,仿真结果如图 8 所示。图 8 中,横坐标为跟踪部位 A_1 和 A_2 布设角度差,纵坐标为测距元和测速元误差的最大值。当布设角度满足 $\alpha - \beta = \pm \pi$ 时,测距修正量误差最小,修正精度最高,与布设位置方案 1 理论分析结论一致;当布设角度满足 $\alpha - \beta = \pi/2$ 或 $\alpha - \beta = -3\pi/2$ 时,测速修正量误差最小,修正精度最高,与布设位置方案 2 理论分析结论一致。

保持最优布设角度之间的关系不变,改变跟踪部位布设距离,调整 $L_1 = L_2, r_1 = r_2$ 的大小,得出测距元修正量误差与布设距离之间的关系,见表 1。由布设位置方案 1 可知,布设距离应满足 L 和 r 尽可能小,此时测

距修正量误差上界最小,修正精度最高;由布设位置方案 2 可知,布设距离应满足 $L_1 = L_2, r_1 = r_2$,且 L 和 r 尽可能小,此时测速修正量误差上界最小,精度最高,表 1 中数据验证了理论分析结果的正确性。

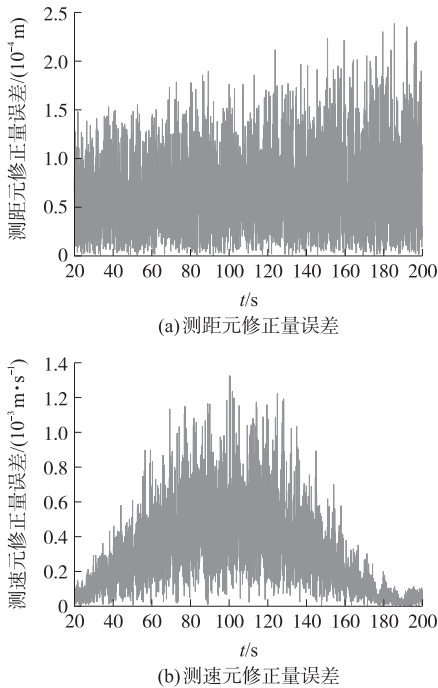


图 7 优化后的测距元、测速元误差随时间变化图
Fig. 7 Time-dependent graphs of optimized ranging and velocity measurement errors

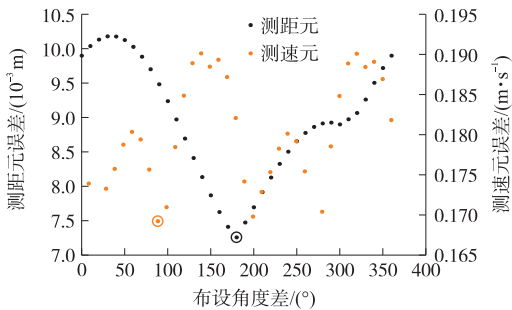


图 8 不同布设角度下测距元和测速元误差散点图
Fig. 8 Scatter plot of distance measurement errors and velocity measurement errors at different deployment angles

表 1 测距元和测速元修正量误差与布设距离的关系
Table 1 Relationship of range and velocity measurement correction error and deployment distance

布设方案	测距修正量误差/m	测速修正量误差/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
$L = 3.0, r = 0.15$	0.004 31	0.011 02
$L = 3.5, r = 0.20$	0.005 03	0.014 80
$L = 4.0, r = 0.25$	0.005 74	0.018 50
$L = 4.5, r = 0.30$	0.006 46	0.022 20
$L = 5.0, r = 0.35$	0.007 18	0.025 90
$L = 5.5, r = 0.40$	0.007 89	0.029 60
$L = 6.0, r = 0.45$	0.008 61	0.033 30

综上所述,在布设方案选择上跟踪部位角度应满足 $\alpha-\beta=\pm\pi$,且 L 和 r 尽可能小,这会降低测距元修正量误差上界,提高测距修正精度;采取跟踪部位布设角度为 $\alpha-\beta=\pi/2$ 或 $\alpha-\beta=-3\pi/2$, $L_1=L_2$, $r_1=r_2$,且 L 和 r 尽可能小,会降低测速修正量误差上界,提高测速修正量精度。在实际工程试验中,因受跟踪部位接受信号相互影响等外部因素影响,布设方案应尽量优先满足方案1和方案2中的布设角度 α 和 β 的关系,而后考虑布设距离 L 和 r 的因素。

4 结束语

本文提供了一种基于无滚转控制导弹飞行试验背景下的外测设备跟踪部位布设方案,从不同跟踪部位产生的修正量出发,利用误差传播原理,分析得出:在无滚转控制下,通过跟踪部位布设位置优化可减弱无滚转控制对测距、测速修正量误差的影响,从而推导出最优的跟踪部位布设方案,进一步提升测元精度。数字仿真验证了无滚转控制导弹跟踪部位布设优化方案的有效性、正确性。

参考文献

- [1] 郭振西,谢佳,王颖,等. 运载火箭无滚转装置的制导控制技术[J]. 导弹与航天运载技术,2016(1):61-65.
- [2] GUO Zhenxi, XIE Jia, WANG Ying, et al. Research on guidance and control technology used by rocket's free rolling appliance[J]. Missiles and Space Vehicles, 2016(1):61-65. (in Chinese)
- [3] 彭冠一,孙连举,林维崧. 防空导弹武器制导控制系统设计[M]. 北京:中国宇航出版社,1996.
- [4] PENG Guanyi, SUN Lianju, LIN Weisong. Design of guidance and control systems for air defense missile weapons[M]. Beijing: China Aerospace Press, 1996. (in Chinese)
- [5] 王鹏. 导弹制导控制原理[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2021.
- [6] WANG Peng. Principles of missile guidance and control[M]. Beijing: Beihang University Press, 2021. (in Chinese)
- [7] 范世鹏. 双通道控制滚转导弹的控制技术研究[D]. 北京:北京理工大学,2015.
- [8] FAN Shipeng. Research on control technologies for self-spinning missiles with double-channel actuator[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015. (in Chinese)
- [9] CHEN Yongchao, GAO Xobao, GAO Min. Numerical simulation on rolling characteristics of canard-controlled rockets with a free-spinning tail[J]. International Journal of Modeling, Simulation & Scientific Computing, 2017(2):305-317.
- [10] 郑新. 滚转弹道导弹运动规律与控制研究综述[J]. 航天控制, 2011,29(1):93-98.
- [11] ZHENG Xin. An overview on the research of dynamic and control characteristics of spinning ballistic missile[J]. Aerospace Control, 2011,29(1):93-98. (in Chinese)
- [12] 胡长城,李松军,李斌,等. 基于捷联惯导姿态的外测跟踪部位修正方法[J]. 动力学与控制学报,2018,16(4):344-349.
- [13] HU Changcheng, LI Songjun, LI Bin, et al. Correction method of trajectory tracking position based on attitude of strapdown inertial navigation system[J]. Journal of Dynamics and Control, 2018, 16(4):344-349. (in Chinese)
- [14] 周立锋,姜大治. 靶场试验外弹道测量部位修正方法探讨[J]. 航空兵器,2008(3):13-15,35.
- [15] ZHOU Lifeng, JIANG Dazhi. Method of tracking point inconsistency correction of exterior trajectory measurement in range test[J]. Aero Weaponry, 2008(3):13-15,35. (in Chinese)
- [16] 陈白冰. 旋转弹体马格努斯效应数值模拟方法研究[J]. 航空工程进展,2018,9(2):184-190.
- [17] CHEN Baibing. Numerical investigation on Magnus effect of an spinning projectile[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2018,9(2):184-190. (in Chinese)
- [18] 吴小胜,雷娟棉,吴甲生. 弹箭旋转空气动力效应[M]. 北京:北京理工大学出版社,2020.
- [19] WU Xiaosheng, LEI Juanmian, WU Jiasheng. Aerodynamic effects of missile and rocket rotation[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2020. (in Chinese)
- [20] 张迎春. 旋转导弹自抗扰解耦控制与制导研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019.
- [21] ZHANG Yingchun. Research on active disturbance rejection and decoupling control and guidance of spinning missiles[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese)
- [22] 刘利生. 外测数据事后处理[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2000.
- [23] LIU Lisheng. Post processing of external test data[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2000. (in Chinese)
- [24] 何章鸣,曾科军,魏超. 遥外测数据实时及事后处理方法[M]. 北京:科学出版社,2024.
- [25] HE Zhangming, ZENG Kejun, WEI Chao. Real time and post processing methods for remote measurement data[M]. Beijing: Science Press, 2024. (in Chinese)
- [26] 李冬,赵书圆,张鑫勇,等. 基于遥测姿态变换的外测数据跟踪部位修正方法[J]. 空间控制技术与应用,2024,50(2):59-69.
- [27] LI Dong, ZHAO Shuyuan, ZHANG Xinyong, et al. Tracking position correction method of exterior trajectory measurement data based on transformation of telemetry attitude[J]. Aerospace Control and Application, 2024,50(2):59-69 (in Chinese).
- [28] 王正明. 弹道跟踪数据的校准与评估[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2019.
- [29] WANG Zhengming. Calibration and evaluation of ballistic tracking data[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2019. (in Chinese)
- [30] 陈克俊. 远程火箭飞行动力学与制导[M]. 北京:国防工业出版社,2014.
- [31] CHEN Kejun. Dynamics and guidance of long range rocket flight[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014. (in Chinese)