叶片不等距分布对泵作透平影响的数值计算

张玉良[1] 杨泽洲[2] 童江波[3] 赵燕娟[4] 朱祖超[5*]
1.衢州学院机械工程学院,衢州,324000
2.浙江工业大学机械工程学院,杭州,310023
3.湖南工业大学机械工程学院,株洲,412007
4.衢州职业技术学院信息工程学院,衢州,324000
5.合肥通用机械研究院有限公司,合肥,230031

摘要:在传统轴对称等距叶片基础上设计了两种非轴对称不等距叶片,建立了包含前后腔、口环间隙、平衡孔等在内的全三维计算域,对其进行了结构化网格划分;基于计算流体动力学方法对其进行了内部非定常流动的数值计算;通过性能实验验证了数值计算方法的可靠性。研究发现,非轴对称不等距叶片分布能适当地提高泵作透平的能量回收效率。在中小流量工况下,不等距叶片分布会导致叶轮所受轴向力增大,而在大流量工况下,不等距叶片分布对削减叶轮所受轴向力有一定作用。

关键词:泵作透平;叶轮;不等距叶片;效率;轴向力
中图分类号:TH311
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.10.025 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

Numerical Calculation of the Influences of Uneven Blade Spacing on a PAT

ZHANG Yuliang[1] YANG Zezhou[2] TONG Jiangbo[3] ZHAO Yanjuan[4] ZHU Zuchao[5*]
1.College of Mechanical Engineering, Quzhou University, Quzhou, Zhejiang, 324000
2.College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310023
3.School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou, Hunan, 412007
4.College of Information Engineering, Quzhou College of Technology, Quzhou, Zhejiang, 324000
5.Hefei General Machinery Research Institute Co., Ltd., Hefei, 230031

Abstract: Two non-axisymmetric uneven blade designs were developed based on traditional axisymmetric equidistant blades. A comprehensive three-dimensional computational domain was constructed, incorporating front/rear chambers, sealing clearances, and balance holes, with structured meshing applied for discretization. Unsteady internal flow simulations were performed using computational fluid dynamics (CFD), with the reliability of the numerical method confirmed by experimental validation. The results demonstrate that non-axisymmetric uneven blade distribution may moderately enhance the energy recovery efficiency of the PAT systems. Under low-to-medium flow conditions, uneven blade spacing increases axial thrust on the impeller, whereas at high flow rates, it exhibits a measurable mitigation effect on axial loading.

Key words: pump as turbine (PAT); impeller; unevenly spaced blade; efficiency; axial thrust

0 引言

泵作透平是一种液压能回收装备。与现有泵相比,它反向旋转,将流体的液压能转变为机械能输出,实现对液体余压能的能量回收[1-2],被广泛应用于石油化工、输水供水等存在流体余压回收的领域[3-5]。与专门设计的水轮机相比[6],泵作透平更适用于小型的能量回收场合。

目前已有许多学者针对泵作透平进行了研究,例如几何结构优化对透平性能的影响。杨孙圣等[7]研究了叶轮叶片数量对混流泵作透平性能的影响。BINAMA等[8]通过改变叶片后缘距轮毂的位置,研究其对离心泵作透平内部流场的影响。袁志懿等[9]研究了不同蜗壳隔舌安放角对泵作透平正反模式下水力性能的影响。SHI等[10]研究了导叶数量对泵作透平性能的影响。LI等[11]以一台轴流泵反转作透平为研究对象,研究叶顶间隙对其性能的影响。

苗森春等[12]研究表明,叶片数的增加可以改善透平内部的流动状态,但叶片数过多会对透平

收稿日期:2025-08-19

外特性产生不利影响。JAIN等[13]提出了基于叶轮直径和转速预测效率的量纲一关系式，发现适当减小叶轮直径可以提高液力透平的能量回收效率。WANG等[14]建立了不同的叶轮模型，研究了叶片包角大小对泵作透平性能的影响。SAREMIAN等[15]通过同时修改蜗壳的截面形状、直径等几何结构，设计了一种特殊的蜗壳结构，提高了方案的整体性能与效率。YANG等[16]对泵作透平在不同径向间隙影响下的稳态性能进行了研究。

此外，也有学者通过其他方面对泵作透平进行研究，进一步揭示其流动特性。张欣娟等[17]研究得到了在低黏度范围内泵模式与透平模式扬程、流量、效率与轴功率的转换系数。ABAZARIYAN等[18]通过改变介质中甘油的体积分数，研究了介质黏度对泵作透平性能的影响。阮辉等[19]通过改变叶片低压边缘厚度，研究其对离心泵反转作透平时的空化性能的影响。Le MARRE等[20]提出了一种预测离心泵在透平模式下性能的方法。

TANDEL等[21]研究发现，泵作透平工作时输送的内部泥沙颗粒浓度对设备造成的磨损侵蚀影响比粒径大小影响更大。KAN等[22]以一台轴流泵反转作透平为研究对象，通过数值模拟研究了叶尖泄漏流对性能的影响。此外，还对轴流泵正转以及反转作透平时的能量损失进行了评估[23]。WANG等[24]对一混流泵反转作透平时的内部压力脉动进行了实验研究，并分析了压力脉动的频域特性。

可以发现，目前针对泵反转作透平的研究均是在叶片等距的情况下进行的，而专门采用非等距叶片的研究还未见报道。与传统的等距分布叶片有所不同，叶片不等距分布是指在旋转机械中，叶片沿着旋转周向按照某种特定方式排列，旨在通过优化叶片间距来改善机械性能。基于此，本文在原型等距叶片基础上设计了2种叶片不等距分布叶轮，并与原型等距叶片叶轮进行比较，分析了叶片不等距分布对泵作透平水力性能、各过流部件水力损失、内流特性的影响。

1　计算模型与方法

1.1　计算模型

本文以M69-25型单级单吸离心泵反转作透平为研究对象，主要几何参数如表1所示。

在泵模式下，设计流量为25 m^3/h，扬程为30 m，转速为2900 r/min。计算域除了叶轮域、蜗壳域、进出口管路等主流动区域外，还包含前腔、后腔、口环间隙、平衡孔等次流动区域，与实际结构完全一致。同时，对进出口管路进行适当延伸以确保透平进口流动的稳定性及出口流动的完整性。透平全三维计算域如图1所示。

表1　离心泵主要几何参数

Tab. 1　Main structural parameters of centrifugal pump

参数	数值
进口直径D_S/mm	62
出口直径D_d/mm	50
叶片数Z	5
叶轮直径d_2/mm	160
进口安放角β_1/(°)	37.0
出口安放角β_2/(°)	34.5
叶片包角φ/(°)	124.7
叶轮出口宽度b_2/mm	9.5

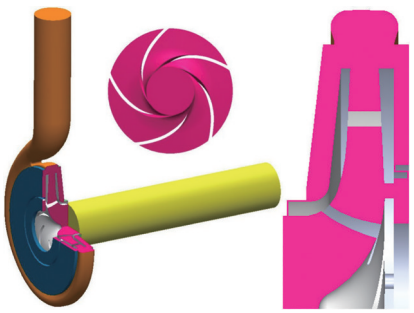


图1　泵作透平计算模型

Fig.1　Pump as turbine calculation model

1.2　计算网格

采用ICEM软件对计算域进行网格划分，进口段、蜗壳、前后腔、叶轮、出口段等区域均采用六面体结构化网格。计算网格如图2所示。同时，为排除网格数量对计算结果准确性的影响，对计算网格进行了无关性验证。在泵模式下的额定工况，不同网格数下的泵扬程如图3所示。可见，随着计算网格数量增多，泵扬程逐渐下降。在网格总数为2 366 209时，扬程为31.45 m，而在网格总数为4 498 231时，扬程为31.44 m，变化幅度为0.03%。这表明网格数达到2 366 209后，数值计算扬程值已基本趋于稳定，网格数对数值计算结果的影响已十分微小。为提高计算效率，确定计

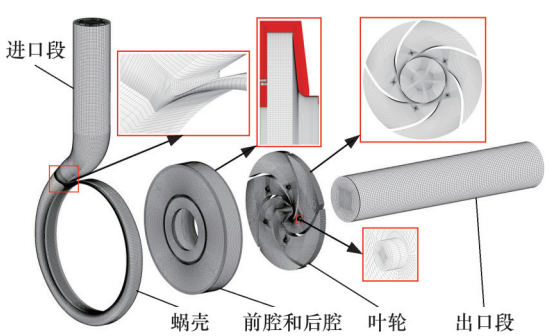


图2　计算网格

Fig.2　Computational grid

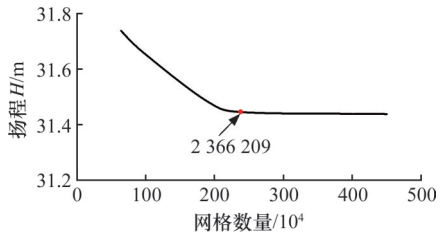


图3 网格无关性验证

Fig.3 Grid independence verification

算网格总数为2 366 209。

1.3 网格收敛性

网格收敛指数(GCI)法是量化离散误差的有效工具[25]。该方法要求满足单调收敛条件，即满足$0<(f_3-f_2)/(f_2-f_1)<1$。其中，f为数值解，下标1、2、3对应从疏到密的三套计算网格。计算步骤如下。

对于k(k=1,2,3)，网格的计算结果满足

$$f_k=f_{\text{exact}}+g_p h_k^p+\mathrm{O}(h_k^{p+1}) \tag{1}$$

式中：f_{exact}为精确解；h为网格尺度；p为收敛精度；g_p为p阶误差项系数；O(•)为截断误差的阶数。

定义网格细化比

$$r_{k,k+1}=\frac{h_k}{h_{k+1}} \tag{2}$$

理论上，$r_{k,k+1}$建议取2，但实际应用中难以严格满足，故也常采用网格单元数比计算：

$$r_{k,k+1}=\left(\frac{N_{k+1}}{N_k}\right)^{1/3} \tag{3}$$

式中：N为网格控制单元数。

定义两套网格之间的相对误差

$$\delta_{r(k,k+1)}=\left|\frac{f_k-f_{k+1}}{f_{k+1}}\right|=\left|\frac{\delta_{k,k+1}}{f_{k+1}}\right| \tag{4}$$

$$\delta_{k,k+1}=f_k-f_{k+1}$$

若忽略式(1)中的高阶项，p也可由下式求得：

$$p=\frac{\ln\delta_{12}-\ln\delta_{23}}{\ln r_{23}} \tag{5}$$

定义GCI为

$$\left.\begin{aligned}I_{\text{GCI},k+1}&=F_s\frac{\delta_{r(k,k+1)}^p}{r_{k,k+1}^p-1}\\ I_{\text{GCI},k}&=F_s\frac{r_{k,k+1}^p\delta_{r(k,k+1)}}{r_{k,k+1}^p-1}\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中：F_s为安全因子，本文取F_s=3.00。

为进一步评估计算误差，本文采用网格收敛指数对总网格数分别为642 753、1 865 628、2 366 209的三套网格进行了网格收敛性分析。以泵模式下的扬程为判断指标，计算结果如表2[26]所示。可见，随着网格加密，GCI值下降，离散误差减小。此外，网格收敛指数均小于3%，满足网格收敛指数要求。综上，确定计算总网格数为2 366 209，该总网格数下的各过流部件网格数量及网格信息如表3所示。

表2 数值计算离散误差统计表[26]

Tab.2 Discretization error statistics table of numerical calculation[26]

网格数量	扬程H/m	网格收敛指数	数值/%
642 753	31.74		
1 865 628	31.49	$I_{\text{GCI},21}$	2.38
2 366 209	31.45	$I_{\text{GCI},32}$	0.49

表3 网格细节

Tab.3 Grid details

过流部件	网格数量	长宽比	最低正交质量	y^+
进口管	144 298	0.30～1.0	0.84	15.12
蜗壳	704 810	0.05～1.0	0.21	67.92
前后泵腔	750 360	0.10～1.0	0.63	31.58
叶轮	628 309	0.05～1.0	0.33	19.18
出口管	138 432	0.10～1.0	0.78	28.42

1.4 控制方程与边界条件

RNG k-ε模型[27-29]提高了高速流动模拟的准确性，且该模型考虑了涡流对湍流的影响，提高了旋涡流动的精度，可以更好地模拟旋转流动的体系，在保证高精度的同时也保持了较高的计算效率。对应的湍动能耗散方程为

$$\frac{\partial(\rho U_j\varepsilon)}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon\text{RNG}}}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right]+\frac{\varepsilon}{\kappa}\left(C_{\varepsilon1\text{RNG}}P_\kappa-C_{\varepsilon2\text{RNG}}\rho\varepsilon+C_{\varepsilon1\text{RNG}}P_{\varepsilon b}\right) \tag{7}$$

式中：ρ为流体密度；U_j为时均速度分量；ε为湍动能耗散率；μ为分子动力黏度；μ_t为湍流黏度；x_j为空间坐标分量；P_k为湍动能生成项；$P_{\varepsilon b}$为浮力引起的耗散率生成项；$\sigma_{\varepsilon\text{RNG}}$=0.7179；$C_{\varepsilon1\text{RNG}}$=1.42−$f_\eta$；$C_{\varepsilon2\text{RNG}}$=1.68。

方程系数f_η为

$$f_\eta=\frac{\eta\left(1-\frac{\eta}{4.38}\right)}{1+\beta_{\text{RNG}}\eta^3} \tag{8}$$

式中：β_{RNG}=0.012。

方程系数η为

$$\eta=\sqrt{\frac{P_\kappa}{\rho C_{\mu\text{RNG}}\varepsilon}} \tag{9}$$

式中：$C_{\mu\text{RNG}}$为RNG模型的经验常数。

考虑到RNG k-ε湍流模型对于强旋转流动的适应性，基于FLUENT软件，本研究选用RNG k-ε湍流模型对泵作透平的全三维内部流动进行数值计算。进口处采用速度进口边界条件，根据流量和过流断面面积确定；出口处采用自由出流边界条件，叶轮流域及其壁面设置为旋转域，转速为2900 r/min，其余流域设置为静止域，壁面函数为Standard壁面函数。流体介质为不可压缩清水，密度设置为998.2 kg/m³，动态黏度设置为0.001 003 kg/(m•s)。工作压力为101 325 Pa，压

力与速度的耦合求解采用SIMPLEC算法实现。当连续性方程、湍动能与湍流耗散率残差下降至10^{-3}，动量方程残差下降至10^{-5}，且监测的关键水力性能参数波动小于0.1%时，视为收敛。

2　结果与分析

2.1　实验验证

泵模式下扬程H、轴功率P和效率η的实验结果和数值计算结果对比如图4所示。可见，整体上二者具有相同的变化趋势，相对误差在可接受范围内，二者总体吻合良好。结果表明所采用的数值计算方法是可靠的，数值计算结果是准确的，可基于该方法进行后续数值计算。

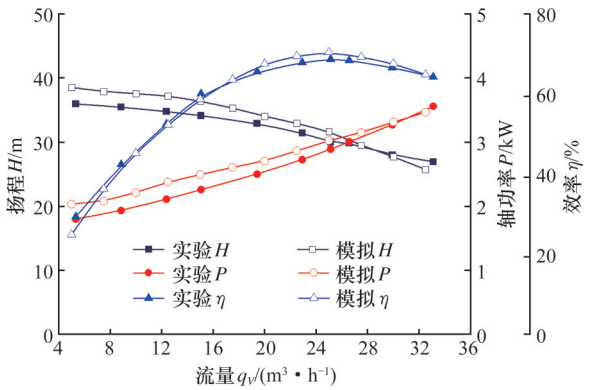
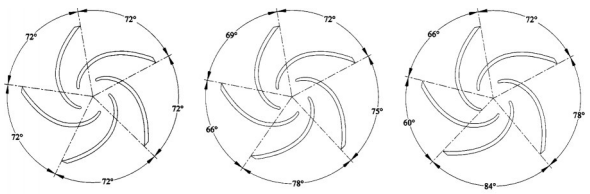


图4　实验与数值模拟外特性结果对比[26]

Fig.4　Comparison of experimental and numerical simulation performance characteristics

2.2　计算方案

在确保叶片进出口角、包角等其他几何参数一致的前提下，通过调整叶片间距设计了两种不同的叶片不等距分布方案。原型叶轮及不等距叶轮如图5所示，叶片分布间距具体信息见表4。



(a)原型叶轮　(b)叶轮A　(c)叶轮B

图5　叶片分布方案示意图

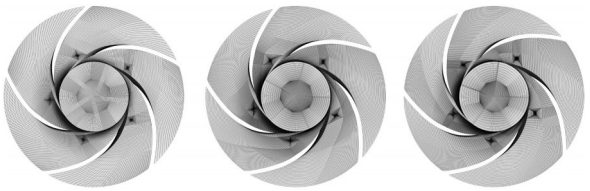
Fig.5　Schematic of blade arrangement

表4　叶轮叶片间距分布方案

Tab. 4　Impeller blade spacing plan

	间距1	间距2	间距3	间距4	间距5
原型叶轮	72°	72°	72°	72°	72°
叶轮A	66°	69°	72°	75°	78°
叶轮B	60°	66°	72°	78°	84°

图6所示为原型叶轮及不等距叶轮对应的计算网格。经上述网格无关性验证及网格收敛性分析，已确定原型等距叶轮的网格数为628 309。虽原型等距叶轮与不等距叶轮A和B存在叶片间距差异，但叶轮体积一致：原型等距叶轮与不等距叶轮A和B的体积比为1∶1∶1。这说明不等距叶轮A和B的网格数量达到628 309即可满足计算要求。而实际不等距叶轮A和B的网格数量分别为671 941和660 068，网格数足够。



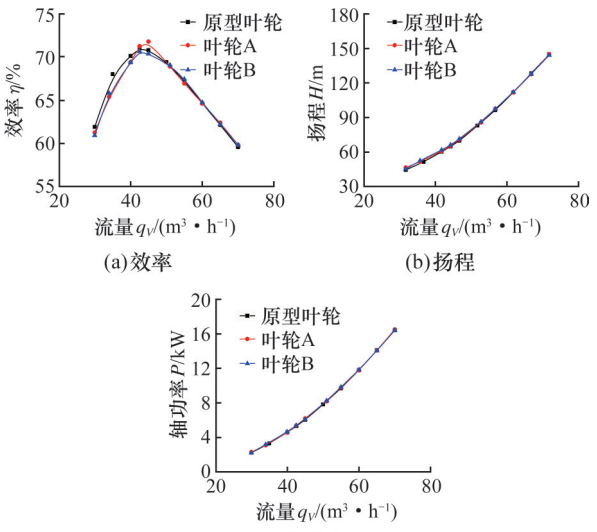
(a)原型叶轮　(b)叶轮A　(c)叶轮B

图6　叶轮网格示意图

Fig.6　Impeller grid schematic

2.3　水力性能

在原型等距叶轮及两种不等距叶片叶轮下，泵作透平外特性变化情况见图7，各叶轮下泵作透平对应的最佳效率点（BEP）及外特性见表5。



(a)效率　(b)扬程　(c)轴功率

图7　不同叶轮的透平水力性能

Fig.7　Hydraulic performance of various impellers

表5　最佳效率点及对应外特性

Tab. 5　External characteristics at BEP

	q_V/(m³·h⁻¹)	H/m	P/kW	η/%
原型叶轮	42.5	64.91	5.33	70.98
叶轮A	45.0	70.82	6.22	71.78
叶轮B	42.5	66.26	5.41	70.64

由图7a可得，叶轮叶片不等距分布的确会对泵作透平的能量回收效率产生一定影响。在不等距叶轮A下，最佳效率点处效率为71.78%，高于原型叶轮最佳效率0.80%，而在不等距叶轮B下，最佳效率点处效率为70.64%，反而低于原型叶轮

最佳效率0.34%。这说明，适当地调整叶片间距可以提高泵作透平的回收效率。在不等距叶轮A下，叶片不等距分布也造成了最佳效率点偏移，由原型叶轮时的42.5 m^3/h偏移至了45.0 m^3/h。叶片不等距分布对泵作透平扬程和轴功率影响程度较小。在30.0～70.0 m^3/h全流量工况下，3种叶轮下的扬程和轴功率曲线均接近重合，仅在30.0～40.0 m^3/h流量区间内的扬程曲线存在些许微小差异。综上，叶片不等距分布对泵作透平扬程和轴功率影响较小，而对效率会产生一定影响。这是由于不等距叶片会破坏原有叶轮叶片的周期性旋转，从而产生额外的涡流与流动分离现象，最终对其效率产生影响。适当的叶片不等距分布能提高透平能量回收效率。

2.4 水力损失

透平的实际压头H由理论压头H_{th}和各过流部件内部水力损失组成，即

$$H = H_{th} + h_T \tag{10}$$

将泵作透平内部区域主要划分为进水管(inp)、蜗壳(vol)、叶轮和腔体(im+ch)、尾水管(tub)共4个区域。总水力损失h_T为

$$h_T = h_{inp} + h_{vol} + h_{im+ch} + h_{tub} = H(1-\eta_h) \tag{11}$$

式中：η_h为水力效率。

进水管损失h_{inp}为

$$h_{inp} = \Delta H_{inp} = \frac{p_{inp1} - p_{inp2}}{\rho g} \tag{12}$$

式中：p_{inp}为该流域总压；下标1、2分别代表该区域的进口和出口；ρ为介质密度；g为重力加速度。

蜗壳损失h_{vol}为

$$h_{vol} = \Delta H_{vol} = \frac{p_{vol1} - p_{vol2}}{\rho g} \tag{13}$$

尾水管损失h_{tub}为

$$h_{tub} = \Delta H_{tub} = \frac{p_{tub1} - p_{tub2}}{\rho g} \tag{14}$$

故叶轮和腔体损失h_{im+ch}为

$$h_{im+ch} = h_T - h_{inp} - h_{vol} - h_{tub} \tag{15}$$

由此计算得到不同流量工况下透平内的总水力损失及各过流部件水力损失如图8所示。可见，3种叶轮下透平内的总水力损失均随着流量的增大而增大，且各流量下的总水力损失差异较小。尤其在50.0～70.0 m^3/h的流量范围内，各总损失曲线几乎重合，叶片不等距分布对透平总损失影响较小。

随着流量逐渐增大，进水管和蜗壳流域的损失均逐渐增大。在流量为30.0 m^3/h时，原型叶轮、不等距叶片叶轮A和B对应的进水管损失均为0.06 m，对应的蜗壳损失分别为0.69 m、0.58 m和0.90 m，而在流量增至70.0 m^3/h时，3种叶轮泵作透平对应的进水管损失均为0.27 m，对应的蜗壳损失分别为17.25 m、17.25 m和16.68 m。可见，大流量工况下的进水管损失和蜗壳损失远高于小流量工况。与流量变化相比，叶片不等距分布对进水管损失影响极小，3种不同叶轮下进水管损失曲线几乎重合。而对于蜗壳损失曲线，则发现30.0～65.0 m^3/h流量范围内的各蜗壳损失曲线存在一定差异。显然，叶片不等距分布对蜗壳损失产生了一定影响。

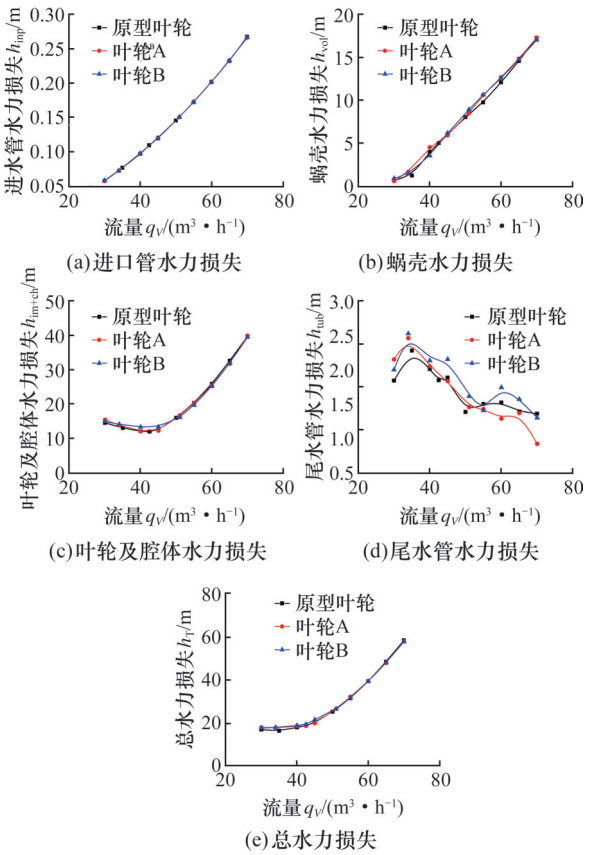


图8 透平各过流部件水力损失

Fig.8 Hydraulic losses in flow passage components

由图8c可知，随着流量增大，叶轮及腔体流域的损失呈先减小后增大的趋势。此外，还发现在30.0～65.0 m^3/h流量范围内，原型叶轮和不等距叶轮A下的损失曲线几乎重合，同一流量工况下的不等距叶轮B损失略高于原型叶轮和不等距叶轮A。由图8d可知，整体而言，随着流量增大，尾水管损失减少，这是由于随着流量的增大，液力透平尾水涡涡量减小所致。

图9所示为3种叶轮下泵作透平各过流部件水力损失占比。图9a显示，在全工况下进水管流域损失占比均最低，且损失均在总损失的0.65%以内。对于进水管流域，其流道规则且顺畅，以摩擦损失为主，故水力损失极小、损失占比极小。由

图9b可以发现，随着流量增大，蜗壳损失占比呈先增大后减小的趋势。以原型叶轮为例，在流量为30.0、50.0、70.0 m^3/h时，蜗壳损失分别占4.05%、31.60%和29.48%。

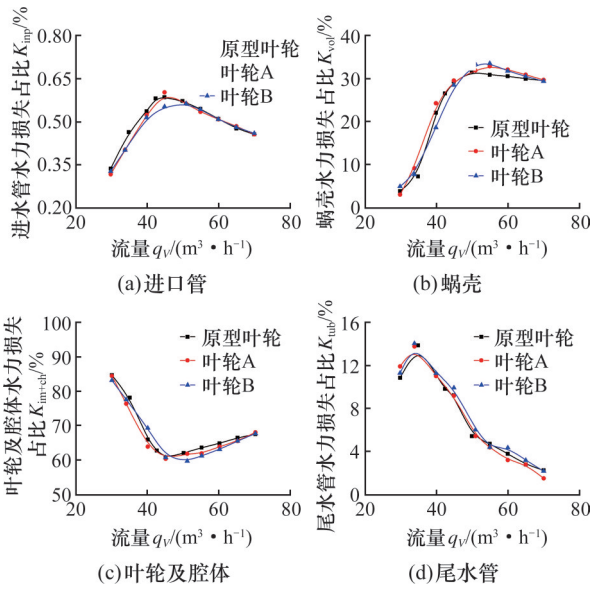


图9　透平各过流部件水力损失占比

Fig.9　Percentage distribution of hydraulic losses in flow passage components

由图9c可知，随着流量增大，叶轮和腔体流域损失呈先减小后增大的趋势。对于原型叶轮，在流量分别为30.0、50.0、70.0 m^3/h时，叶轮和腔体损失分别占84.74%、62.33%和67.71%。在3种叶轮下，各流量工况下的叶轮和腔体损失均最大、损失占比均最高。可见由于叶轮和腔体的复杂性，泵作透平能量极大部分消耗于叶轮和腔体。由图9d可知，整体而言，与水力损失大小一样，尾水管出的水力损失占比也随着流量的增大而降低。

2.5　内流特性

Q准则是一种应用较为广泛的涡识别方法。$V_Q>0$时，旋转在流动中占主导地位。基于速度梯度张量的第二矩阵不变量，其表达式如下[30]：

$$V_Q=\frac{1}{2}(\|\boldsymbol{B}\|_F^2-\|\boldsymbol{A}\|_F^2) \tag{16}$$

式中：$\|\cdot\|_F$为矩阵的Frobenius范数；V_Q为Q准则具体大小；$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$分别为分解后的对称张量与反对称张量。

叶轮内的涡结构是泵作透平水力性能的重要影响因素之一，基于此，采用Q准则对不同叶轮下的透平叶轮内流动进行了涡识别。根据表5选用原型叶轮透平最佳效率点流量作为透平额定流量工况，分别选择0.8倍、1.0倍、1.2倍额定流量作为典型流量方案展示。采用流域内Q准则最大值的3%作为等值面数值，设置$V_Q=1.300\ 76\times10^8\ s^{-2}$，同时用流体速度作为云图对等值面进行染色，具体涡旋分布情况如图10所示。

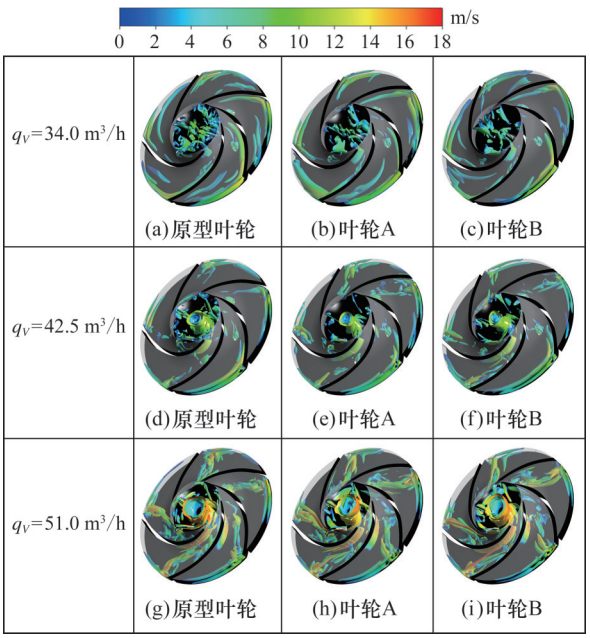


图10　叶轮内涡旋分布图

Fig.10　Vortex structure distribution maps in impellers

由图10a～图10c可以看出，在小流量工况34.0 m^3/h时，涡旋主要分布在叶轮进口区域、靠近叶片背面的叶轮流道区域、叶轮出口尾水涡区域。其中，叶轮进口涡旋主要是由流体分离的黏性流动引起，靠近叶片背面涡旋主要由壁面边界层的黏性流动引起，叶轮出口区域的涡旋则是由流体在叶轮流道尾迹区的相互叠加作用形成。对比3种不同叶轮下的涡旋分布发现，不等距叶片和等距叶片下的叶轮进口涡和流道涡均呈条状分布且分布区域大小接近，仅叶轮出口存在些许差异。明显可见，在等距叶片叶轮下，出口处的尾水涡分布分散且充满整个叶轮出口，尾水小涡数量极多；而在不等距叶片叶轮A和B下，虽出口尾水涡也分散分布，但涡旋数量远不及等距叶片叶轮。

随着流量增至42.5 m^3/h，由图10d～图10f可以看出，叶轮流道内的漩涡由叶片背面向流道中部偏移，且涡旋形状由条状变为破碎状、分布分散。此外，对于叶轮区域明显可见，q_V=34.0 m^3/h下的破碎漩涡融合形成了q_V=42.5 m^3/h下的柱状漩涡。还发现，不等距叶轮A和B下的叶轮出口破碎漩涡较等距叶轮少，这说明不等距叶轮A和B下破碎漩涡融合度更高。

由图10g～图10i可知，大流量工况51.0 m^3/h时，在叶片等距分布及两种叶片不等距分布条件下，叶轮内的涡旋分布情况接近，进口涡于叶轮进

口处呈条状由叶片背面向叶片正面延伸，流道内漩涡也均主要分布于流道中部、由流道进口向流道出口延伸。

图11为不同流量工况下透平叶轮中截面速度流线分布图。可以发现，在各叶轮及各流量工况下，叶轮进口处均出现明显的流动分离现象，这是因为离心泵反转作透平使用时存在蜗壳与叶轮的适配性较差的问题，高压流体直接冲击叶轮，使部分流体流动方向改变回流至蜗壳，从而导致流动分离，进而造成分离损失、冲击损失等。

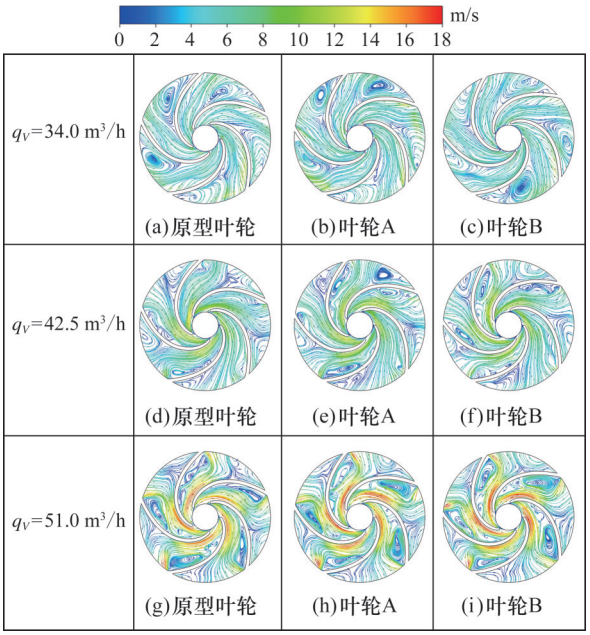


图11 叶轮截面流线分布

Fig.11 Characteristic streamline patterns of impeller cross-section

由图11a～图11c可知，小流量工况34.0 m³/h时，在原型等距叶片叶轮和不等距叶片叶轮下，叶轮流道进口处均有分离漩涡产生。在等距叶片叶轮下，有3个叶轮流道的进口处形成了分离漩涡；在不等距叶片叶轮A下，3个较小叶片间距流道的进口处形成了分离漩涡；而在不等距叶片叶轮B下，3个较大叶片间距流道的进口处形成了分离漩涡。可见，叶片不等距分布并不能改善叶轮进口处的流态。

由图11d～图11f可知，42.5 m³/h时，随着流量增大，在等距叶片叶轮下，仅有2个流道的叶片背面处形成了轴向旋涡，漩涡尺度较小。而在不等距叶片叶轮下，除最大叶片间距的流道外，不等距叶轮A和叶轮B的其他流道叶片背面均形成了明显的轴向漩涡，且漩涡尺度更大。显然，在中等流量工况下，叶片不等距分布会加剧特定流道的二次流动，其涡系演化具有明显的空间选择性。

由图11g～图11i可知，大流量工况51.0 m³/h时，随着流量增至51.0 m³/h，明显可见等距叶轮和不等距叶轮出口处的分离漩涡消失，但流动分离现象仍明显存在。与其他两种流量对比发现，在大流量下，3种叶轮下的流线流场特征趋于一致，叶片压力面一侧均形成了明显的轴向漩涡，流道主流紧贴叶片吸力面。这种流场趋同现象表明在高雷诺数条件下，叶片不等距分布对流场结构的影响呈弱化趋势。

为探讨泵内的能量损失机理，本文运用熵产理论[31-32]显示内部流场中能量损失较大的区域。在系统的运行过程中会不可逆地产生熵，熵产的大小与分布可以直观反映出系统内部的能量损失与做功损失。对于泵作透平内的湍流流动，熵产由时均运动和瞬态的速度波动引起。熵产率$\dot{S}'''$为

$$\dot{S}'''=\dot{S}_{\mathrm{D}}'''+\dot{S}_{\mathrm{D}'}''' \tag{17}$$

式中：$\dot{S}_{\mathrm{D}}'''$为平均速度所引起的直接耗散项；$\dot{S}_{\mathrm{D}'}'''$为脉动速度引起的湍流耗散项。

$\dot{S}_{\mathrm{D}}'''$可通过数值计算直接求解，而$\dot{S}_{\mathrm{D}'}'''$无法直接求解。

根据局部熵产理论[32]，由脉动速度引起的局部熵产率可表示为

$$\dot{S}_{\mathrm{D}'}'''=\alpha\frac{\rho\omega k}{T} \tag{18}$$

式中：α=0.09；ω为湍流涡频率，s^{-1}；k为湍流强度，$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$；$T$为当地温度，K。

由于熵产率存在较强的壁面效应，且时均项较为明显，壁面附近熵产计算的公式为

$$S_{\mathrm{pro},W}=\int_S\frac{\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{v}}{T}\mathrm{d}S \tag{19}$$

式中：$\boldsymbol{\tau}$为壁面切应力，Pa；S为面积，m^2；$\boldsymbol{v}$为近壁面速度，m/s。

整个系统计算域内的总熵产计算公式为

$$S_{\mathrm{pro}}=\int_V\dot{S}_{\mathrm{D}}'''\mathrm{d}V+\int_V\dot{S}_{\mathrm{D}'}'''\mathrm{d}V+\int_S\frac{\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{v}}{T}\mathrm{d}S \tag{20}$$

图12所示为不同叶轮下的熵产分布。通过对比分析发现，在流量分别为34.0、42.5、51.0 m³/h的典型流量工况下，原型等距叶片叶轮、不等距叶片叶轮A和B均呈现显著的能量耗散特征：隔舌与叶轮进口区域始终维持约10 000 W/(m³·K)的高熵产强度。这意味着无论叶片间距情况如何，泵内隔舌处与叶轮进口处始终是能量耗散与做功损失的重点区域。这主要由流道几何突变引发的边界层分离、流速梯度剧变的集中能量耗散导致。

在小流量工况34.0 m³/h下，原型等距叶片叶轮表现出典型的周期性分布特征，5个叶轮流道

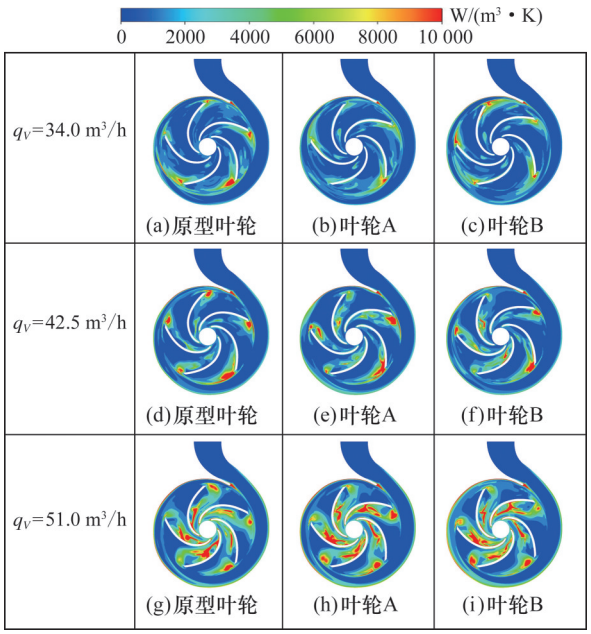


图 12 叶轮熵产分布图

Fig.12　Entropy generation distribution maps in impellers

进口均出现显著高熵产区，且蜗壳大包角区域的流道进口高熵产区面积较大。这说明在流道进口处内部流体发生强烈的流动分离现象，在流动过程中发生摩擦与剪切，导致内部压力能通过黏性耗散转变为无用热能丧失。相比之下，不等距叶片叶轮 A 的流动特性明显改善，仅在单个叶轮流道进口出现高熵产区，区域面积远小于原型叶轮。而对于不等距叶片叶轮 B，同样存在 5 个流道的高熵产区，但其总面积较原型叶轮小。这表明不等距程度的增加对能量耗散分布具有非线性调控作用。

当流量提高至 42.5 m³/h 时，流场特征发生显著变化。叶轮 A 的高熵产区数量增至 4 个流道，最大熵产值均达 10 000 W/(m³·K)左右；另一流道的最大熵产值也达 8000 W/(m³·K)左右，但高熵产区面积仍较原型叶轮小。叶轮 B 的高熵产区面积也同步增大，但仍较原型叶轮小。该现象表明，随着流量增大，高速液体撞击壁面产生的流动分离所导致的能量损失也增大，不等距叶轮对流动分离的抑制作用逐渐减弱，但其优化效果仍优于等距叶轮。

在大流量工况 51.0 m³/h 下，3 种叶轮的熵产分布也呈现趋同现象。此时，主流区域流速分布趋于均匀化，流道几何特征对流动分离的影响显著降低，3 种叶轮的高熵产区面积接近。这一现象揭示出，在高速流动状态下，叶轮不等距设计的优化效果具有明显的工况依赖性，其优势主要体现于小中流量工况。

在前后腔区域、平衡孔区域设置了监测线，如图 13 所示。

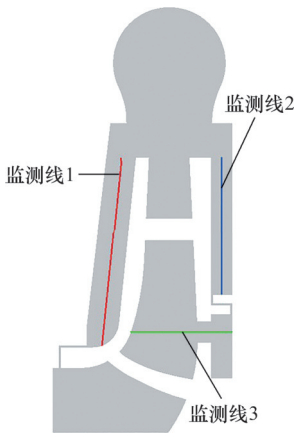


图 13　监测线分布

Fig.13　Probe line distribution plot

图 14 和图 15 所示分别为透平前腔和后腔内的压力径向分布情况，横坐标 r/r_2 为监测线上的监测点处半径与叶轮半径之比。可见，透平前腔的量纲一径向压力和后腔的量纲一径向压力有着相似的分布规律。在 3 种不同叶轮下，随着直径增大，前后腔内的压力均增大。在流量为 42.5 m³/h 的不等距叶轮 B 下，随着相对半径 r/r_2 由 0.45 增至 1.00，前腔内的压力由 128.29 kPa 增至 362.53 kPa；随着相对半径 r/r_2 由 0.60 增至 1.00，后腔内的压力由 216.35 kPa 增至 362.11 kPa。

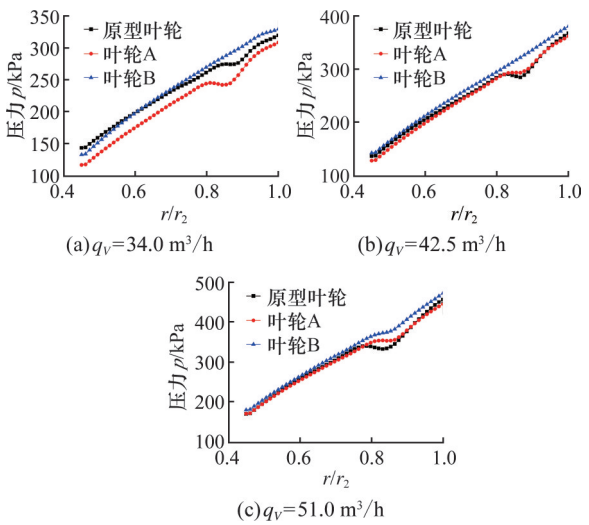
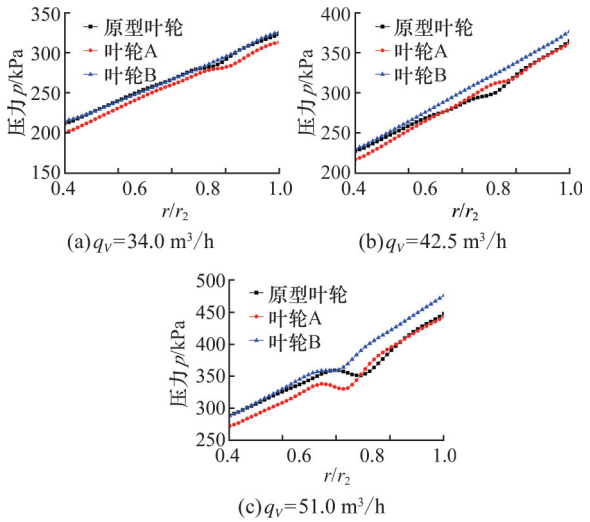


图 14　监测线 1 上压力分布

Fig.14　Pressure distribution along probe line 1

此外，由图可知，在原型叶轮及不等距叶片叶轮 A 下，前腔和后腔沿径向的压力变化易出现波动。在流量为 34.0 m³/h 的不等距叶轮 A 下，当相对半径 r/r_2 由 0.81 增至 0.90 时，前腔内的压力先由 245.59 kPa 减小至 242.38 kPa、后又增大至 266.04 kPa，该区间的压力变化呈先减小后增大



(a)q_V=34.0 m³/h (b)q_V=42.5 m³/h (c)q_V=51.0 m³/h

图15 监测线2上压力分布

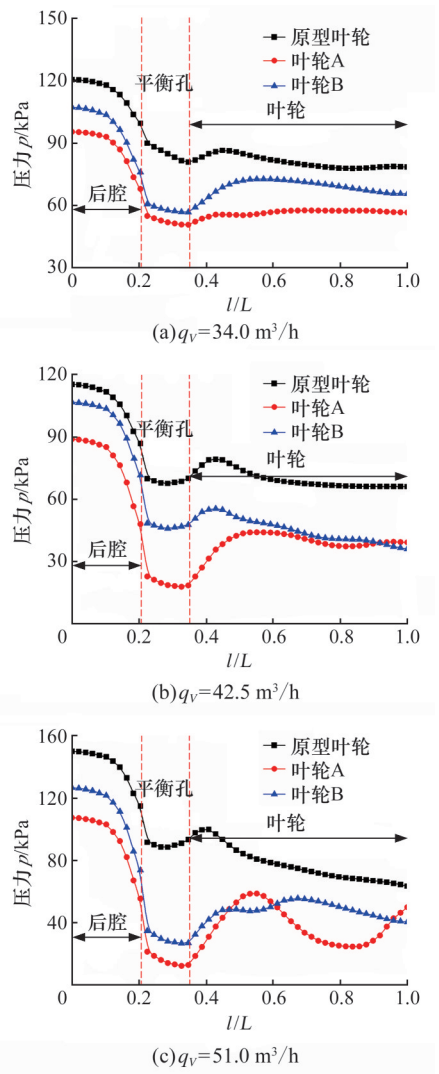
Fig.15 Pressure distribution along probe line 2

的趋势。在流量为51.0 m³/h的原型等距叶轮下，当相对半径r/r_2由0.80增至0.92时，后腔内的压力也先由358.83 kPa减小至350.98 kPa、后又增大至403.16 kPa，压力变化也存在波动。对于不等距叶片叶轮B，在流量分别为34.0 m³/h和42.5 m³/h的工况下，透平前后腔内的压力均接近线性变化、无明显波动，仅在大流量工况51.0 m³/h下存在些许波动。

同时发现，在同一工况下，不等距叶片叶轮B下的前后腔平均压力均略高于原型等距叶轮和不等距叶片叶轮A。在大流量工况51.0 m³/h时，等距叶轮、不等距叶片叶轮A和B对应的前腔监测线平均压力分别为308.771 kPa、308.901 kPa和325.129 kPa，对应的后腔监测线平均压力分别为358.533 kPa、348.937 kPa和374.639 kPa。

图16所示为透平后腔至平衡孔、再至叶轮的压力变化。整体而言，沿监测线3由后腔区域至叶轮区域，压力整体呈下降趋势。在小流量工况34.0 m³/h下，相对长度l/L（其中L为监测线3的总长度，l为监测线3从右向左的长度）从0至1.0，原型叶轮下的压力由120.30 kPa减小至78.240 kPa；不等距叶片叶轮A下的压力由95.232 kPa减小至56.436 kPa；不等距叶片叶轮B下的压力由107.024 kPa减小至65.342 kPa。此外，经平衡孔减压后，叶轮区域的压力都存在回升。在大流量工况51.0 m³/h下，平衡孔区域和叶轮区域的临界处（0.35 l/L至0.41 l/L），原型叶轮下的压力由90.150 kPa增大至99.890 kPa。

同时发现，原型叶轮下，后腔监测线上的平均压力高于平衡孔，平衡孔的平均压力高于叶轮区域。在原型叶轮的最优工况42.5 m³/h下，后腔监



(a)q_V=34.0 m³/h (b)q_V=42.5 m³/h (c)q_V=51.0 m³/h

图16 监测线3上压力分布

Fig.16 Pressure distribution along probe line 3

测线上的平均压力为115.691 kPa，平衡孔监测线上的平均压力为86.629 kPa，叶轮监测线上的平均压力为80.713 kPa。而对于不等距叶片叶轮，除42.5 m³/h流量工况外，其他条件下的后腔平均压力虽也均高于平衡孔，但平衡孔的平均压力却低于叶轮区域，平衡孔区域的压力最低。

此外，监测线3的整体压力分布表明在3种不同流量工况下，原型叶轮下监测线3上的平均压力均高于不等距叶片叶轮B的平均压力，不等距叶片叶轮B的平均压力均高于不等距叶片叶轮A的平均压力。在大流量工况51.0 m³/h时3种叶轮对应的监测线3上的平均压力分别为150.0 kPa、107.418 kPa和126.625 kPa。

2.6 受力分析

图17为3种不同工况下各型叶轮的泵作透平转动一圈时的轴向力时域图。可见，在叶片等距分布及两种叶片不等距分布条件下，各工况下的轴向力均为负值，轴向力均带动叶轮向偏离透平

出口方向移动。在不等距叶轮A条件下，当运行工况分别为34.0、42.5、51.0 m³/h时，对应的平均轴向力分别为397.201 N、361.455 N和562.553 N。

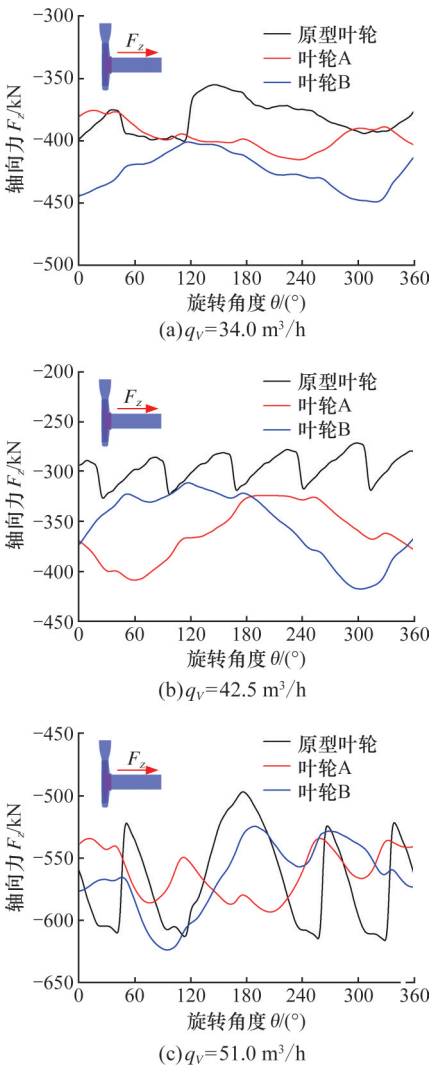


图17　不同叶轮下轴向力时域图

Fig.17　Axial force time-domain plots across different impellers

在小中流量工况下，与原型叶轮相比，叶片的不等距分布会导致叶轮所受轴向力增大。在运行工况为34.0 m³/h时，原型叶轮、不等距叶轮A和B对应的平均轴向力分别为381.868 N、397.201 N和425.174 N；在运行工况为42.5 m³/h时，3种叶轮对应的平均轴向力分别为296.349 N、361.455 N和354.228 N。对于大流量工况，发现叶片的不等距分布对削减叶轮轴向力有一定作用。在运行工况为51.0 m³/h时，3种叶轮对应的平均轴向力分别为568.045 N、562.553 N和565.277 N。

叶轮运行过程中，出口圆周面的非均匀压力分布会诱发径向激振力。该现象主要由三方面因素导致：流体动量变化引发的动态载荷、速度场分布非对称性以及泵轴旋转偏心效应。在直角坐标系模型中，以旋转轴线为z轴方向时，径向激振力可分解为相互正交的x轴与y轴分量。总径向合力F_r通过矢量合成其分力F_x(x轴向分量)和F_y(y轴向分量)予以表征，其中F_x和F_y的数值特征直接反映叶轮系统的动态不平衡程度。径向力具体表达式为[33]

$$F_x=\left(\iint_{A_2}V_2\rho V_r\mathrm{d}A-\iint_{A_1}V_1\rho V_r\mathrm{d}A\right)-\rho\frac{\partial}{\partial t}\int_V\mathrm{d}QV_x-\iint_{A_2}\cos(\theta+\omega t)p(r_2,\theta)\mathrm{d}A \tag{21}$$

$$F_y=\left(\iint_{A_2}V_2\rho V_r\mathrm{d}A-\iint_{A_1}V_2\rho V_r\mathrm{d}A\right)-\rho\frac{\partial}{\partial t}\int_V\mathrm{d}QV_y-\iint_{A_2}\cos(\theta+\omega t)p(r_2,\theta)\mathrm{d}A \tag{22}$$

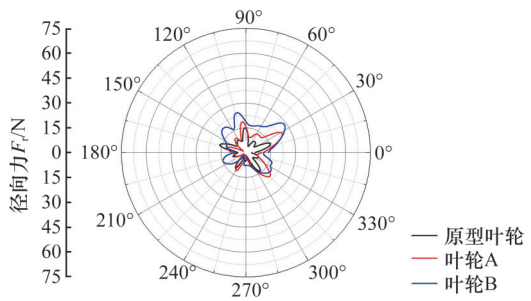
$$F_r=\sqrt{F_x^2+F_y^2} \tag{23}$$

式中：A_1、A_2为进出口的过流面积；V_1、V_2为叶轮进出口处的绝对速度；V_x、V_y为绝对速度在直角坐标系x轴和y轴的分量；θ为叶轮周向角；r_2为叶轮出口半径；V_r为叶轮出口处径向速度。

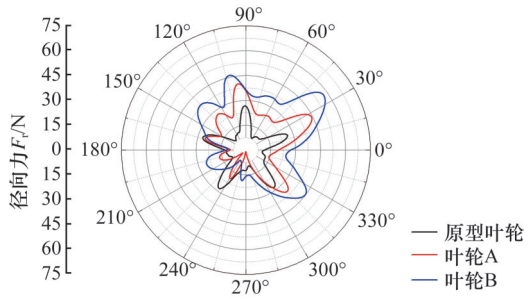
图18为3种不同工况下各型叶轮的泵作透平转动一圈时的径向力雷达图。整体而言，在原型等距叶片叶轮下，径向力F_r均大致呈规则的花瓣状分布，各“花瓣”大小接近，“花瓣”数与叶片数一致。而对于不等距叶片叶轮，则发现虽径向力F_r大致呈花瓣状分布，但各“花瓣”大小差异较大，且“花瓣”数与叶片数并不一致。如大流量工况51.0 m³/h下的不等距叶轮A，0°～110°和285°～360°范围内的“花瓣”明显大于110°～285°范围内的“花瓣”，其“花瓣”数为7，与叶片数不一致。这是由于不等距叶片在旋转时各个叶片通过隔舌处的时间间隔不等，导致各叶片的压力脉动不等，不同的压力脉动在矢量叠加时会部分相互抵消，同时压力分布对称性也被打破，从而导致径向力分布发生变化。

同时发现，随着叶片不等距程度加剧，叶轮所受径向力大小及径向力波动幅度均增大。在运行工况为34.0 m³/h时，原型叶轮、不等距叶轮A和B对应的平均径向力分别为7.818 N、10.389 N和14.585 N，不等距叶轮B的平均径向力最大。此外，3种叶轮对应的最小径向力分别为16.862 N、25.209 N和29.006 N，对应的最大径向力分别为0.886 N、0.897 N和1.095 N，波动幅度分别为15.976 N、24.311 N和27.911 N。可见，不等距叶轮B的径向力波动幅度最大，等距叶轮及不等距叶轮下的径向力均随着流量的增大而增大。

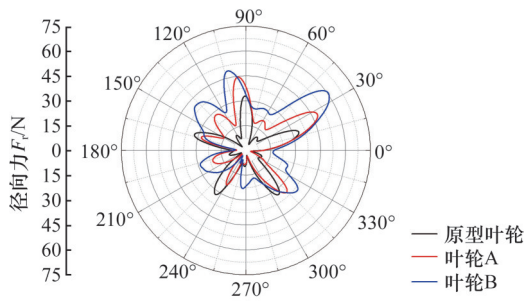
图19为3种不同工况下各型叶轮的泵作透平转动一圈时的径向力矢量图。可以看出，在小流



(a)q_V=34.0 m³/h



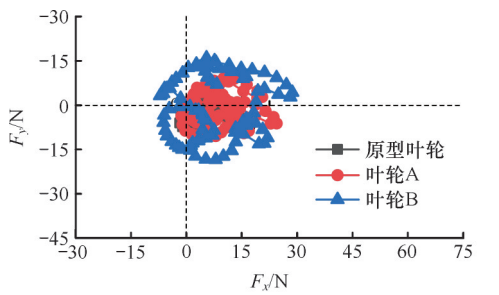
(b)q_V=42.5 m³/h



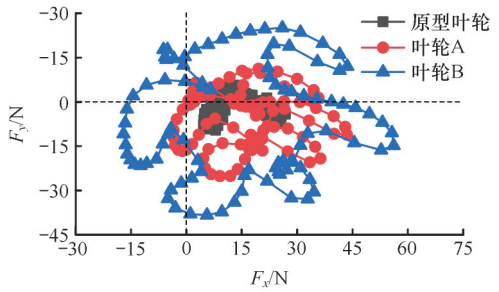
(c)q_V=51.0 m³/h

图18 不同叶轮下径向力雷达图

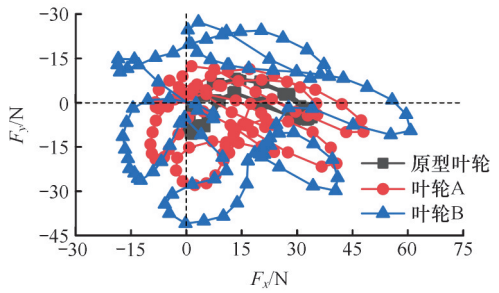
Fig.18 Radial force radar charts across different impellers



(a)q_V=34.0 m³/h



(b)q_V=42.5 m³/h



(c)q_V=51.0 m³/h

图19 不同叶轮下径向力矢量图

Fig.19 Radial force vector plots across different impellers

量工况42.5 m³/h时，不等距叶片叶轮B的径向力分布范围覆盖叶轮A的径向力分布范围，而叶轮A的径向力分布范围又覆盖原型叶轮的径向力分布范围。在其他流量工况下，各叶轮的径向力分布现象也一致。可见叶片不等距分布会扩大径向力分布范围，且叶片不等距程度越高，径向力的分布范围越大。此外，径向力的分布范围也随着流量的增大而增大。

叶片不等距分布对径向力指向也会产生一定影响。在原型叶轮下，径向力主要分布在第一、四象限，径向力均由蜗壳中心指向蜗壳大包角区域，不指向蜗壳小包角区域。而随着对叶片进行不等距分布，径向力的分布象限逐渐扩充。由图19a可见，叶轮A的径向力分布在第一、三和四象限，叶轮B的径向力在第一、二、三和四象限均有分布。这表明，不等距叶片叶轮下的径向力均由蜗壳中心指向蜗壳小包角和大包角区域，且径向力指向范围随着叶片不等距程度的加剧而增大。

3 结论

1)叶片不等距分布对泵作透平扬程和轴功率影响较小，适当的叶片不等距分布能提高透平能量回收效率。

2)与原型叶轮相比，在中小流量工况下，不等距叶片导致叶轮所受轴向力增大，而在大流量工况下，不等距叶片对削减叶轮轴向力有一定作用。

3)同一流量工况下，不等距叶片叶轮所受的径向力均大于原型等距叶轮，且随着叶片不等距程度加剧，叶轮所受径向力的大小、波动幅度、分布范围和指向范围均增大。

4)不等距叶片叶轮与原型叶轮的水力损失接近，叶片不等距分布对水力损失的影响较小。

参考文献：

[1] 林通，朱祖超，李晓俊，等. 离心泵作透平性能预测研究综述及展望[J]. 排灌机械工程学报，2021，39(6)：

562-568.
LIN Tong, ZHU Zuchao, LI Xiaojun, et al. Performance Prediction of Centrifugal Pump as Turbines—a Review and Prospect[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2021, 39(6): 562-568.

[2] LIU Ming, TAN Lei, CAO Shuliang. Performance Prediction and Geometry Optimization for Application of Pump as Turbine: a Review[J]. Frontiers in Energy Research, 2022, 9: 818118.

[3] 杨军虎，姜丙孝，苗森春，等. 泵作透平发电系统设计及PID参数整定[J]. 兰州理工大学学报，2019，45(5)：50-54.
YANG Junhu, JIANG Bingxiao, MIAO Senchun, et al. Design of Power Generator System with Reversible Set of Pump as Turbine and PID Parameter Setting[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2019, 45(5): 50-54.

[4] 赵勇，王鑫，王生辉，等. 海水淡化高转速泵作透平的压力脉动分析[J]. 水力发电学报，2022，41(4)：83-92.
ZHAO Yong, WANG Xin, WANG Shenghui, et al. Analysis of Pressure Pulsation in High Rotating Speed Pump as Turbine in Seawater Desalination[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2022, 41(4): 83-92.

[5] ADU D, DU Jianguo, DARKO R O, et al. Investigating the State of Renewable Energy and Concept of Pump as Turbine for Energy Generation Development[J]. Energy Reports, 2020, 6: 60-66.

[6] 熊晓晨，周岩，周祥曼，等. 随动热锤辅助水轮机关键过流部件电弧增材再制造强塑协同调控[J]. 中国机械工程，2025，36(12)：3010-3016.
XIONG Xiaochen, ZHOU Yan, ZHOU Xiangman, et al. Strength-ductility Synergy Control of Key Overflow Components of Hydro-turbines by Follow-up Hot-hammering-assisted Wire Arc Additive Remanufacturing[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(12): 3010-3016.

[7] 杨孙圣，周成，孔详序，等. 叶片数对混流泵作透平特性的影响[J]. 排灌机械工程学报，2023，41(5)：440-444.
YANG Sunsheng, ZHOU Cheng, KONG Xiangxu, et al. Influence of Blade Number on Hydraulic Characteristics of Mixed Flow Pump as Turbine[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2023, 41(5): 440-444.

[8] BINAMA M, SU Wentao, CAI Weihua, et al. Blade Trailing Edge Position Influencing Pump as Turbine (PAT) Pressure Field under Part-load Conditions[J]. Renewable Energy, 2019, 136: 33-47.

[9] 袁志懿，张永学，祁紫伟. 隔舌安放角对泵作透平正反模式下水力性能的影响[J]. 储能科学与技术，2021，10(5)：1777-1787.
YUAN Zhiyi, ZHANG Yongxue, QI Ziwei. Hydraulic Characteristic of Pump as Turbine with Different Volute Tongue Angle in Direct and Reverse Modes[J]. Energy Storage Science and Technology, 2021, 10(5): 1777-1787.

[10] SHI Fengxia, YANG Junhu, WANG Xiaohui. Analysis on the Effect of Variable Guide Vane Numbers on the Performance of Pump as Turbine[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(6): 1687814018780796.

[11] LI Yanjun, LIN Qixu, MENG Fan, et al. Research on the Influence of Tip Clearance of Axial-flow Pump on Energy Characteristics under Pump and Turbine Conditions[J]. Machines, 2022, 10(1): 56.

[12] 苗森春，杨军虎，王晓晖，等. 叶片数对泵作液力透平的性能影响[J]. 流体机械，2018，46(1)：1-5.
MIAO Senchun, YANG Junhu, WANG Xiaohui, et al. Effect of Blade Number on Performance of Pump as Turbine[J]. Fluid Machinery, 2018, 46(1): 1-5.

[13] JAIN S V, SWARNKAR A, MOTWANI K H, et al. Effects of Impeller Diameter and Rotational Speed on Performance of Pump Running in Turbine Mode[J]. Energy Conversion and Management, 2015, 89: 808-824.

[14] WANG Tao, LIU Yunqi, DONG Yuancheng, et al. The Influence of the Middle Bending Shape of the Blade on the Performance of a Pump as Turbine[J]. Energy, 2024, 295: 131000.

[15] SAREMIAN S, SHOJAEEFARD M H. Study on the Impact of Volute Geometric Modification on the Performance of Centrifugal Pump as Turbine[J]. Renewable Energy, 2025, 253: 123632.

[16] YANG Sunsheng, LIU Houlin, KONG Fanyu, et al. Effects of the Radial Gap between Impeller Tips and Volute Tongue Influencing the Performance and Pressure Pulsations of Pump as Turbine[J]. Journal of Fluids Engineering, 2014, 136(5): 054501.

[17] 张欣娟，雷王浩，田龙. 粘性介质下离心泵作透平性能换算研究[J]. 液压气动与密封，2022，42(7)：9-14.
ZHANG Xinjuan, LEI Wanghao, TIAN Long. Study on Conversion Relation of Pump as Turbine in Viscous Medium[J]. Hydraulics Pneumatics & Seals, 2022, 42(7): 9-14.

[18] ABAZARIYAN S, RAFEE R, DERAKHSHAN S. Experimental Study of Viscosity Effects on a Pump as Turbine Performance[J]. Renewable Energy, 2018, 127: 539-547.

[19] 阮辉，罗兴锜，廖伟丽，等. 叶片低压边厚度对水泵水轮机空化性能与强度的影响[J]. 农业工程学报，2015，31(15)：32-39.
RUAN Hui, LUO Xingqi, LIAO Weili, et al. Effects of Low Pressure Edge Thickness on Cavitation Performance and Strength for Pump-turbine[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, 31(15): 32-39.

[20] Le MARRE M, MANDIN P, LANOISELLÉ J L, et al. Experimental Study on Performance Predictions of Pumps as Turbine[J]. Energy Conversion and Management, 2023, 292: 117235.

[21] TANDEL R R, PATEL R N, JAIN S V. Correlation Development of Erosive Wear and Silt Erosion Failure Mechanisms for Pump as Turbine[J]. Engineering Failure Analysis, 2023, 153: 107610.

[22] KAN Kan, ZHANG Qingying, XU Zhe, et al. Energy Loss Mechanism Due to Tip Leakage Flow of Axial Flow Pump as Turbine under Various Operating Conditions[J]. Energy, 2022, 255: 124532.

[23] KAN Kan, ZHAO Feng, XU Hui, et al. Energy Performance Evaluation of an Axial-flow Pump as Turbine under Conventional and Reverse Operating Modes Based on an Energy Loss Intensity Model[J]. Physics of Fluids, 2023, 35: 015125.

[24] WANG Wenjie, TAI Geyuan, SHEN Jiawei, et al. Experimental Investigation on Pressure Fluctuation Characteristics of a Mixed-flow Pump as Turbine at Turbine and Runaway Conditions[J]. Journal of Energy Storage, 2022, 55: 105562.

[25] ROACHE P J. Perspective: a Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies[J]. Journal of Fluids Engineering, 1994, 116(3): 405-413.

[26] ZHAO Yanjuan, TONG Jiangbo, ZHANG Yuliang, et al. Numerical Calculation of the Influence of Typical Particle Properties on Pump as Turbine[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2025, 47

(5)：248.
[27] 袁惠新，王伟鹏，付双成，等. 卧式螺旋卸料沉降离心机螺旋空心轴内表面磨损的研究[J]. 流体机械，2023，51(12)：9-15.
YUAN Huixin，WANG Weipeng，FU Shuangcheng，et al. Study of the Erosion Phenomenon on the Inner Surface of the Spiral Hollow Shaft of Decanter Centrifuge[J]. Fluid Machinery，2023，51(12)：9-15.
[28] 苗森春，李国柱，张启龙，等. 轴流泵作液力透平飞逸过程瞬态流动特性研究[J]. 热能动力工程，2024，39(8)：22-29.
MIAO Senchun，LI Guozhu，ZHANG Qilong，et al. Research on Transient Flow Characteristics of Axial-flow Pump as Hydraulic Turbine during Runaway Transition[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power，2024，39(8)：22-29.
[29] 伍杰，邱宁，朱涵，等. 基于非定常空化流动的离心泵涡旋结构数值分析[J]. 西华大学学报(自然科学版)，2023，42(1)：90-99.
WU Jie，QIU Ning，ZHU Han，et al. Numerical Analysis of Vortex Structure in Centrifugal Pump Based on Unsteady Cavitation Flow[J]. Journal of Xihua University (Natural Science Edition)，2023，42(1)：90-99.
[30] LIU Chaoqun，GAO Yisheng，DONG Xiangrui，et al. Third Generation of Vortex Identification Methods：Omega and Liutex/Rortex Based Systems[J]. Journal of Hydrodynamics，2019，31(2)：42241.
[31] GONG Yan，LIU Yonghong，PENG Cancan. Hydraulic Loss Analysis of Turbodrill Blade Cascades Based on Entropy Production Theory[J]. Geoenergy Science and Engineering，2024，241：213093.
[32] KOCK F，HERWIG H. Local Entropy Production in Turbulent Shear Flows：a High-Reynolds Number Model with Wall Functions[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer，2004，47(10/11)：2205-2215.
[33] JIANG Haibing，ZHENG Shaohan，ZHANG Yuliang，et al. Numerical Calculation of the Influence of Working Conditions and Rotational Speed on Pressure Pulsation of a Self-priming Pump[J]. Energy Science & Engineering，2025，13(8)：3954-3978.

(编辑　王旻玥)

作者简介：张玉良，男，1978年生，教授。研究方向为流体机械设计与优化。E-mail：zhang002@sina.com。朱祖超*(通信作者)，男，1966年生，教授、博士研究生导师。研究方向为流体输送与控制技术。E-mail：zhuzuchao@hgmri.com。

本文引用格式：
张玉良，杨泽洲，童江波，等. 叶片不等距分布对泵作透平影响的数值计算[J]. 中国机械工程，2026，37(10)：2618-2630.
ZHANG Yuliang，YANG Zezhou，TONG Jiangbo，et al. Numerical Calculation of the Influences of Uneven Blade Spacing on a PAT[J]. China Mechanical Engineering，2026，37(10)：2618-2630.

(上接第2617页)

[11] 陈聪慧，董书惠，郭勇，等. 航空发动机弧齿锥齿轮断裂故障分析[J]. 燃气涡轮试验与研究，2018，31(5)：17-20.
CHEN Conghui，DONG Shuhui，GUO Yong，et al. Investigation on Spiral Bevel Gear Fracture Failure of an Aero-engine[J]. Gas Turbine Experiment and Research，2018，31(5)：17-20.
[12] 赵宁，蔺彦虎. 航空锥齿轮结构调频的一种新方法[J]. 机械科学与技术，2013，32(5)：647-651.
ZHAO Ning，LIN Yanhu. A New Method to Modulate the Structural Frequency of the Aeronautic Thin-spoke Bevel Gear[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering，2013，32(5)：647-651.
[13] 姜贵林，张茂强，王海旭，等. 基于振动应力分析的齿轮结构优化方法研究[J]. 机械传动，2021，45(12)：124-129.
JIANG Guilin，ZHANG Maoqiang，WANG Haixu，et al. Research of Gear Structure Optimization Method Based on Vibration Stress Analysis[J]. Journal of Mechanical Transmission，2021，45(12)：124-129.
[14] 刘天文. 某型航空发动机中心锥齿轮动力学特性研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2015.
LIU Tianwen. Dynamic Characteristics Research of the Central Bevel Gear in an Aero-engine[D]. Nanjing：Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，2015.
[15] 吴军，陈杨，赵君伟，等. 基于激光自混合原理的涡轮叶片转速与叶尖间隙动态同步测量方法[J]. 仪器仪表学报，2023，44(11)：13-21.
WU Jun，CHEN Yang，ZHAO Junwei，et al. Dynamic Synchronous Measurement Method of Turbine Blade Speed and Blade Tip Clearance Based on Laser Self-mixing Principle[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument，2023，44(11)：13-21.
[16] 杨维. 基于永磁体动生涡流的高钢级管道内壁微裂纹检测方法[D]. 成都：电子科技大学，2024.
YANG Wei. Permanent Magnet-based Detection Approach of Inner Wall Microcracks of High-steel Pipeline by Motion Induced Eddy Current Technique[D]. Chengdu：University of Electronic Science and Technology of China，2024.
[17] 赵宁，刘更，方宗德，等. 复约束方法计算斜齿圆柱齿轮结构特征值问题[J]. 航空动力学报，1996，11(2)：133-137.
ZHAO Ning，LIU Geng，FANG Zongde，et al. Calculation of Eigenproblems of Helical Gear Structure by Complex Constraint Method[J]. Journal of Aerospace Power，1996，11(2)：133-137.

(编辑　袁兴玲)

作者简介：许可晗，女，2002年生，硕士研究生。研究方向为航空发动机多学科设计优化。E-mail：xukehan@stu.xmu.edu.cn。闫　成*(通信作者)，男，1992年生，副教授、博士研究生导师。研究方向为航空发动机关键件结构强度分析与设计优化。E-mail：yanchengmail@xmu.edu.cn。

本文引用格式：
许可晗，柳恺骋，朱浩元，等. 基于危险振型齿根环线位移特征的齿轮避振优化方法[J]. 中国机械工程，2026，37(10)：2610-2617.
XU Kehan，LIU Kaicheng，ZHU Haoyuan，et al. Resonance-avoidance Optimization Method of Gears Based on Tooth-root Circumferential Displacement Features of Critical Modes[J]. China Mechanical Engineering，2026，37(10)：2610-2617.