doi：10. 12068/j. issn. 1005－3026. 2026. 20269023

含忆阻负载开关电感升降压变换器的边界动力学分析

闵富红，张智立，李 政，苏 超
（南京师范大学 电气与自动化工程学院，江苏 南京 210023）

摘 要：DC-DC变换器在工作参数变化时易出现分岔与混沌等非线性现象，将忆阻器引入非线性电路能够提高变换器运行的稳定性和效率，进而改善输出波形的质量．针对含忆阻负载开关电感升降压变换器在切换边界处的复杂动态演化机理，本文基于流切换理论对其进行系统分析．首先，建立系统模型并推导脉冲时间边界与碰撞边界上的切换条件，以参考电流为分岔参数绘制分岔图，揭示了系统随参数演化所经历的倍周期分岔与鞍结分岔过程．然后，定义了不同周期运动下的映射结构，结合时序图以及G函数流切换图，阐释了系统运动状态在虚流与实流间的边界碰撞规律．最后，通过电路仿真实验验证了理论分析的正确性，揭示了含忆阻负载开关电感升降压变换器复杂边界运动的内在机理．

关 键 词：开关电感升降压变换器；忆阻负载；切换边界；分岔图；流切换理论
中图分类号：O 415.5 **文献标志码**：A **文章编号**：1005-3026(2026)07-0074-11

Boundary Dynamics Analysis of a Switched-Inductor Buck-Boost Converter with Memristive Load

MIN Fu-hong, *ZHANG Zhi-li*, *LI Zheng*, *SU Chao*
（School of Electrical & Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China. Corresponding author: MIN Fu-hong, E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn）

Abstract: DC-DC converters are prone to nonlinear phenomena such as bifurcation and chaos under varying operating parameters. Introducing memristors into nonlinear circuits can enhance the operational stability and efficiency of the converters, thereby improving the output waveform quality. To investigate the complex dynamic evolution mechanisms of the switched-inductor buck-boost (SIBB) converter with a memristive load at switching boundaries, a systematic analysis was conducted based on flow switching theory. Firstly, the system model was established to derive the switching conditions on the pulse time boundary and the collision boundary. With the reference current chosen as the bifurcation parameter, bifurcation diagrams were plotted to reveal the period-doubling and saddle-node bifurcation processes experienced by the system during parameter evolution. Subsequently, mapping structures under different periodic motions were defined. Combined with time-domain waveforms and G-function flow switching diagrams, the boundary collision rules of the system's motion states between virtual and real flows were elucidated. Finally, circuit simulation experiments were conducted to verify the correctness of the theoretical analysis, revealing the intrinsic mechanism of the complex boundary motions in the SIBB converter with a memristive load.

Key words: switched-inductor buck-boost converter; memristive load; switching boundary; bifurcation diagram; flow switching theory

电力电子技术近年来发展迅速，DC-DC变换器作为构建开关电源的重要组成部分，已广泛

收稿日期：2026-03-24
基金项目：国家自然科学基金资助项目(62471237)；江苏省自然科学基金资助项目(BK20241880).
作者简介：闵富红(1970—)，女，江苏南通人，南京师范大学教授，博士生导师．
通信作者：闵富红，E-mail：minfuhong@njnu.edu.cn.

应用到众多前沿领域,如电动汽车[1]、燃料电池[2]、太阳能光伏系统[3]等.为了实现不同能源与负载之间高效的电能变换、精确的电压匹配以及优化的能量管理,DC-DC变换器已成为这些领域中不可或缺的组成部分.虽然DC-DC变换器具有上述优点,但是当其工作参数改变时,变换器中会出现一系列不稳定的非线性现象,即存在各种分岔现象[4]和混沌运动[5],这将导致变换器的功率波动,输出电压和电流不稳定或振荡.在严重情况下,变换器可能无法正常工作,甚至出现故障[6].因此,深入揭示DC-DC变换器动力学行为的内在机理,并探索行之有效的理论分析方法,已成为确保电力电子系统安全稳定运行的重要任务.

深入剖析开关变换器的复杂非线性动力学行为,一直是电力电子领域备受瞩目的研究前沿.通过分析和揭示非线性现象产生的机理,研究人员能够为系统划定安全的参数运行范围,或引入针对性的混沌抑制策略.这不仅有助于保障变换器的长期稳定运行,更为设计高可靠性、高性能的新型开关变换器提供了坚实的理论支撑.文献[7]分析了Boost功率变换器的TS(Teixeira singularity)分岔行为,该行为对吸引和排斥的滑动区域之间的运动具有影响.文献[8-9]利用离散迭代映射法建立了变换器模型,通过分岔图和Lyapunov指数图给出了Buck变换器在PI(proportional integral)补偿峰值电流模式下导通模式的稳定边界,并划分了稳定区域和不稳定区域.文献[10]提出了1种延迟反馈混沌控制方法来消除Buck-Boost变换器的混沌现象,使其在工作状态下趋于稳定.由此可见,这些工作都是基于对非线性行为的研究,并给出了合理的参数或控制方法来使变换器工作在稳态.在此基础上,将忆阻器引入开关变换器,利用忆阻器的记忆特性使其能够根据电路历史状态自动调整阻值,从而在一定程度上实现自适应负载匹配,这有助于提高变换器在不同运行情况下的稳定性和效率.此外,这种动态调节能力还可用于优化瞬态响应,减小启动过程或负载突变时的振荡幅度,进而改善输出波形的质量[11-12].文献[13]首次在忆阻负载Buck变换器中发现了双稳态共存吸引子现象,有助于更好地理解忆阻负载DC-DC变换器的复杂动力学.文献[14]提出了1种采用混合忆阻器-MOS-逻辑架构的新型节能变换器电路,为潜在的图像处理应用奠定了基础.以上这些工作都是运用常规的动力学分析方法对变换器的混沌、分岔和周期等现象进行研究.

在工程稳定性设计中,DC-DC变换器作为典型的不连续系统,存在着复杂的切换边界.常规的动力学分析方法在处理此类非光滑节点时多侧重于系统稳态的宏观演化趋势,往往难以精确捕捉边界碰撞等复杂的瞬态突变与奇异动力学特征.目前已有部分前沿研究致力于将非线性动力学理论直接应用于开关电源的工程稳定性设计与参数优化[15-16],但为了给光伏等实际工程应用中的参数安全阈值整定提供严密的量化数学判据,需要在更深层次上研究系统在开关边界上的动态行为.近年来,针对分段非光滑系统的动态分析,Luo等[17-18]提出了不连续动力学理论,该理论以映射结构为核心工具来刻画系统的边界行为,并严格推导了判定各类边界运动的充要条件,从而深刻揭示了系统流在边界处的切换机理.随后,这一理论框架在非光滑系统边界碰撞演化的研究中得到了大量应用.文献[19]用流切换理论从一个新的角度研究了电流控制降压变换器,给出了在碰撞边界和时间边界上开关运动的解析条件,系统地论证了不同参考电流和电压下的系统映射结构,揭示了系统的运动特性.在上述研究中,数值分析和离散映射揭示了电流控制DC-DC变换器丰富的动态行为[20],但具有记忆效应的负载变换器的边界碰撞分岔现象还有待进一步研究.

本文以电流模式控制下的开关电感升降压变换器为研究对象,对忆阻负载变换器的边界碰撞进行分析.首先,建立系统模型并推导脉冲时间边界与碰撞边界上的切换条件,以参考电流为分岔参数绘制分岔图,揭示了系统随参数演化所经历的倍周期分岔与鞍结分岔过程.然后,定义了不同周期运动下的映射结构,结合时序图以及G函数流切换图,阐释了系统运动状态在虚流与实流间的边界碰撞规律.最后,利用PSIM(power simulation)电路仿真得到不同映射结构下的时序图和相轨迹图,验证了理论分析的正确性.本研究不仅利用G函数解析判据捕捉了非光滑边界的瞬态特征,明确了映射结构演化规律与分岔临界条件,更为实际工程中规避系统混沌失稳、优化参数设计提供了理论支撑,这对提升变换器在光伏发电系统中的运行稳定性与可靠性具有重要的参考价值.

1 含忆阻负载的开关电感升降压变换器模型

本文引入开关电感结构,构建了开关电感升降压(switched-inductor buck-boost, SIBB)变换器,从而突破了传统升降压变换器的电压增益限制,实现了更高的电压转换比.此外,考虑到忆阻器独特的记忆效应,将其作为负载接入系统,使变换器具备了动态阻抗演化特征.这种非线性动态特性能够有效提升系统在多变工况下的稳定性和运行效率,进而显著改善输出波形的质量.SIBB变换器模型的电路结构主要包含3个部分:SIBB变换器主电路,利用电感电流反馈环节控制开关和状态的控制电路以及忆阻负载电路.其中SIBB变换器主电路由输入电源E、开关管S_1、二极管D、电感$L_1=L_2=0.1$ mH、电容$C=10$ μF及忆阻器$W(v_0)$组成.SIBB变换器电路拓扑结构如图1a所示.

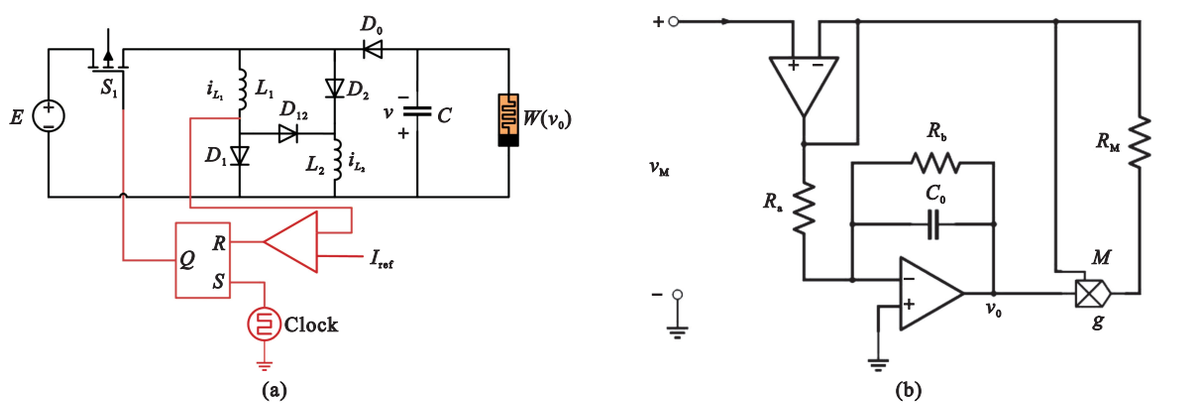


图1 忆阻负载SIBB变换器模型

Fig. 1 Model of SIBB converter with memristive load

(a)—峰值电流模式下的SIBB变换器电路拓扑结构;(b)—忆阻电路模型.

忆阻负载电路由以下核心元器件搭建而成:2片运算放大器、3只固定阻值电阻R_a,R_b,R_M,1个储能电容C_0以及1个模拟乘法器模块M,乘法器的增益即为忆阻参数g.设置忆阻器参数$R_a=1$ kΩ,$R_b=1$ kΩ,$R_M=5$ Ω,$C_0=20$ nF,$g=-0.1$,具体如图1b所示.该电路所实现的电压控制型忆阻器数学模型为

$$\left.\begin{aligned} W(v_0)&=\frac{1}{R_M}(1-gv_0),\\ i_M&=W(v_0)v_M=\frac{1}{R_M}(1-gv_0)v_M,\\ \frac{dv_0}{dt}&=-\frac{1}{R_aC_0}v_M-\frac{1}{R_bC_0}v_0. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中:v_M为忆阻器两端的端口电压;i_M为流经忆阻器的端口电流;v_0为忆阻器模拟电路中的内部状态电压;$W(v_0)$为由内部状态变量决定的忆导值;R_M为忆阻器模拟电路中的基准电阻.

SIBB变换器在连续电流模式(CCM)下有2种工作状态.当周期性时钟脉冲来临时,R,S触发器置位,开关S_1导通,电感电流通过续流二极管D_1,D_2导通,二极管D_{12},D_0因反向偏置而关断,系统进入工作状态1.此时,仅由电容C向负载供电,电感吸收能量,电感电流升高.依据基尔霍夫定律并代入各元件的电气特性,状态方程如式(2)所示.

工作状态1:

$$\left.\begin{aligned} L\frac{di}{dt}&=E,\\ C\frac{dv}{dt}&=-\frac{1}{R_M}(1-gv_0)v,\\ C_0\frac{dv_0}{dt}&=\frac{1}{R_a}v+\frac{1}{R_b}v_0. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中:i为电感电流;由于L_1=L_2=L,在理想器件及对称工作条件下有i=i_{L_1}=i_{L_2};v为输出电容C两端的电压,同时也是变换器输出电压.

当电感电流升高至参考电流I_{ref}时,开关S_1被迫关断.此时输入电源通路被切断,电感电流通过续流二极管D_{12},D_0导通,二极管D_1,D_2因反向偏置而关断,并与电容和忆阻负载形成闭环回路,系统进入工作状态2.在此工作状态下,电感逐渐释放其储存的能量,电流呈下降趋势,输出电压主要依赖于电感和电容的放电过程,状态方程如式(3)所示.

工作状态2:

$$\left.\begin{aligned} L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}&=-v/2,\\ C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}&=i-\frac{1}{R_{\mathrm{M}}}(1-gv_0)v,\\ C_0\frac{\mathrm{d}v_0}{\mathrm{d}t}&=\frac{1}{R_{\mathrm{a}}}v+\frac{1}{R_{\mathrm{b}}}v_0. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

针对峰值电流型SIBB变换器这一典型的分段非光滑系统,本文首先定义了系统的状态变量,将电感电流i、输出电容电压v与忆阻器内部状态电压v_0分别记为x,y与z,时钟脉冲周期记为T.在明确状态变量的基础上,本文对系统状态方程进行了严格的时间尺度变换.这种处理有效地归一化了时间变量,简化了后续动态特性分析的数学模型.经过时间尺度变换后,可得参数$a=0.5, b=5, c=2.5$,时钟脉冲周期$\tau=1$.时间尺度变换如式(4)所示:

$$\left.\begin{aligned} &T=R_{\mathrm{M}}C\tau,\tau=T(R_{\mathrm{M}}C)^{-1},\\ &a=R_{\mathrm{M}}CL^{-1},b=R_{\mathrm{M}},c=R_{\mathrm{M}}C(R_{\mathrm{a}}C_0)^{-1}=R_{\mathrm{M}}C(R_{\mathrm{b}}C_0)^{-1}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

将式(4)代入系统的状态方程,SIBB变换器在工作状态1的简化状态方程可表示为

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}&=aE,\\ \dot{y}&=-(1-gz)y,\\ \dot{z}&=c(y-z). \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

当电感电流i_L达到参考电流I_{ref}后,SIBB变换器在工作状态2的简化状态方程为

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}&=-0.5ay,\\ \dot{y}&=bx-(1-gz)y,\\ \dot{z}&=c(y-z). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

2　动力学行为分析

2.1　边界切换条件

变换器在初始状态下的动力学行为由式(5)表示,当电感电流进入衰减区间,系统的动态演化轨迹由式(6)表示.在时间域内,脉冲来临时对应时间记作t_{2m-1},碰撞边界对应时间记作t_{2m},相应的碰撞边界($\partial\Omega_{ijC}$)和时间边界($\partial\Omega_{ijT}$)被定义为

$$\left.\begin{aligned} &\partial\Omega_{ijC}=\{(x,y,z)|\varphi(x,y,z)\equiv x-I_{\mathrm{ref}}=0且\dot{x}\neq 0\},\\ &\partial\Omega_{ijT}=\{(x,y,z)|t=t_{2m-1},m\in\mathbf{Z}_+\}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中:$\mathbf{Z}_+$为正整数集;$\varphi(x,y,z)$为边界碰撞函数.

系统在t时刻边界处的法向量$\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}$为

$$\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}=\nabla\varphi_{ij}=\left(\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial x},\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial y},\frac{\partial\varphi_{ij}}{\partial z}\right)^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

在相平面内,系统状态变量$\boldsymbol{X}$和向量场$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X},t)$表示为

$$\boldsymbol{X}=(x,y,z)^{\mathrm{T}},\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X},t)=(\dot{x},\dot{y},\dot{z})^{\mathrm{T}}. \tag{9}$$

系统在边界$\partial\Omega_{ij}$处呈现可穿越流的解析条件表示如下:

$$\left.\begin{aligned} &G^{(0,i)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m-})=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ij}}\cdot\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m-})<0,\\ &G^{(0,j)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m+})=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega ij}\cdot\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m+})<0,\\ &从\Omega_i到\Omega_j,\boldsymbol{n}_{\partial\Omega ij}\rightarrow\Omega_i; \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

或

$$\left.\begin{aligned} &G^{(0,j)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m-})=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ij}}\cdot\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m-})>0,\\ &G^{(0,i)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m+})=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ij}}\cdot\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X}_m,t_{m+})>0,\\ &从\Omega_j到\Omega_i,\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}\rightarrow\Omega_i. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

其中:$G^{(0,i)}(\boldsymbol{X},t)$,$G^{(0,j)}(\boldsymbol{X},t)$分别为向量场在区域$i$和$j$内的$G$函数;$i,j\in\{1,2\}$并且$i\neq j$;$\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}$为边界$\partial\Omega_{ij}$处的法向量;$\Omega_i$,$\Omega_j$分别为边界$\partial\Omega_{ij}$两侧的区域;$\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X},t)$为区域$\Omega_i$的向量场;$\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X},t)$为区域$\Omega_j$的向量场;切换时间$t_m$为轨迹与边界相交的时间;$\boldsymbol{X}_m$为系统在$t_m$时的状态.

系统沿边界$\partial\Omega_{ij}$呈现擦边流所需的解析条件表示如下:

$$\left.\begin{aligned} &G^{(0,i)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ij}}\cdot\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=0,\\ &G^{(1,i)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ij}}\cdot\boldsymbol{DF}^{(i)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)>0,\\ &域\Omega_i内,\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}\rightarrow\Omega_i且\boldsymbol{DF}^{(i)}(\boldsymbol{X},t)=\\ &(\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X},t),\nabla\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X},t)\cdot\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X},t)+\partial_t\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X},t))^{\mathrm{T}}; \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

或

$$\left.\begin{aligned} &G^{(0,j)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ij}}\cdot\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=0,\\ &G^{(1,j)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ij}}\cdot\boldsymbol{DF}^{(j)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)<0,\\ &域\Omega_j内,\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}\rightarrow\Omega_i,且\boldsymbol{DF}^{(j)}(\boldsymbol{X},t)=\\ &(\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X},t),\nabla\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X},t)\cdot\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X},t)+\partial_t\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X},t))^{\mathrm{T}}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

其中:$\boldsymbol{DF}^{(i)}(\boldsymbol{X},t)$,$\boldsymbol{DF}^{(j)}(\boldsymbol{X},t)$为流切换理论中构造一阶$G$函数所采用的相应导数项.

鉴于此,针对含忆阻负载SIBB变换器在切换边界处的复杂动态演化问题,引入不连续动力系统的流切换理论作为核心分析工具.通过构建系统特定的G函数,不仅有效克服了传统方法在处理非光滑不连续边界时的解析障碍,更为精确推导变换器内部的边界碰撞规律与流切换解析条件提供了坚实的数学支撑.首先,相对边界的法向量为

$$\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ijC}}=(1,0,0)^{\mathrm{T}}. \tag{14}$$

根据上文G函数表达式可求得碰撞边界处状态切换前后的G函数分别为G_1,G_2;时间边界处状态切换前后的G函数分别为G_3,G_4.由于G_1,

G_4都是系统处在工作状态1下的G函数,并且时间边界和碰撞边界的法向量相同,因此G_1与G_4相等;同理G_2与G_3相等.不妨设工作状态1区域为区域Ω_1,工作状态2区域为区域Ω_2,可得

$$\left.\begin{aligned} G_1^{(0,1)}&=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ijC}}\cdot\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=aE,\\ G_2^{(0,2)}&=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}_{\partial\Omega_{ijC}}\cdot\boldsymbol{F}^{(j)}(\boldsymbol{X}_m,t_m)=-0.5ay. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

2.2 转换集、映射和映射结构

SIBB变换器的转换集定义为

$$\left.\begin{aligned} \Xi_{1(-\infty)}&=\{(x_k,\dot{x}_k,t_k)|x_k-I_{\mathrm{ref}}\equiv 0\text{且}\dot{x}_k\neq 0\},\\ \Xi_{1(+\infty)}&=\{(x_k,\dot{x}_k,t_k)|t_k=t_{2k-1},k\in\mathbf{Z}_+\}. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

其中:k为开关事件的序号;转换集$\Xi_{1(-\infty)}$和$\Xi_{1(+\infty)}$分别定义在边界$\partial\Omega_{ijT}$和$\partial\Omega_{ijC}$上.因此,该变换器系统状态演化的通用映射被定义为

$$\left.\begin{aligned} P_1&:\Xi_{1(-\infty)}\to\Xi_{1(+\infty)},\\ P_2&:\Xi_{1(+\infty)}\to\Xi_{1(-\infty)},\\ P_3&:\Xi_{1(-\infty)}\to\Xi_{1(-\infty)},\\ P_4&:\Xi_{1(+\infty)}\to\Xi_{1(+\infty)}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

假设不连续动力系统的流切换时刻为$t_k(k\in\mathbf{Z}_+)$,第i个和第j个动力系统之间的传递定律是将第i个动力系统的最终状态传递到第j个动力系统的初始状态.因此,考虑第i个子空间Ω_i中时钟脉冲的转换集为

$$\Xi^{(i)}=\{(x_k^{(i)},\dot{x}_k^{(i)})|x_k^{(i)}=x_k^{(i)}(t_k),\dot{x}_k^{(i)}=\dot{x}_k^{(i)}(t_k),k\in\mathbf{Z}_+\}. \tag{18}$$

不连续动力系统的各种运动可以用多重映射的组合来描述,这种集合体被称为映射结构.

各独立子区间$[t_k,t_{k+1}]$内的局部映射算子,其动力学演化规律可通过基础状态方程的嵌套复合来构建.历经多重级联运算,推导出该系统的泛化映射规律如下:

$$P^{(i_1,i_2,\cdots,i_s,i_{s+1})}=P^{(i_s,i_{s+1})}\circ\cdots\circ P^{(i_2,i_3)}\circ P^{(i_1,i_2)}=((P_0)^{\lambda_{i_s}}\circ P_{i_s})\circ\cdots\circ((P_0)^{\lambda_{i_2}}\circ P_{i_2})\circ((P_0)^{\lambda_{i_1}}\circ P_{i_1}). \tag{19}$$

其中:$\lambda_{i_j}\in\{0,1\},j\in\{1,2,\cdots,s\}$;$\circ$代表复合算子.

由式(19)可知,系统流在特定区间内的宏观动力学演化轨迹由该式的上标$(i_1,i_2,\cdots,i_s,i_{s+1})$表征.这一全局映射本质上是一个多级复合过程:它起始于初始转换集$\Xi^{(i_1)}$,在历经数个独立元映射的迭代叠加后,系统状态最终抵达目标转换集$\Xi^{(i_{s+1})}$.

2.3 分岔图

选取参考电流I_{ref}作为分岔参数,探究忆阻负载SIBB变换器在边界上随系统参数变化的运动行为,通过分岔图研究了系统在切换边界处丰富的动力学行为.随着特定分岔参数的变化,受电感电流控制的SIBB电路会逐步失去原有的稳定状态,呈现出向混沌状态演变的复杂轨迹.在此过程中,存在从周期一到周期二的动力学行为,这种特征行为被称为倍周期分岔,记为PD;当1个稳定的不动点与1个不稳定的不动点相互碰撞并同时湮灭或成对产生,致使系统在该临界点处出现突变或滞后现象时,这种现象被称为鞍结分岔,记为SN.

设置电源电压$E=5$ V,初始状态$(x_0,y_0,z_0)=(0,0,0)$,系统随参考电流$I_{\mathrm{ref}}\in[3.00,18.00]$ A变化的分岔图如图2所示.图2a是以时间脉冲边界处I_{ref}为分岔参数时电感电流x的分岔图,图2b是以碰撞边界处I_{ref}为分岔参数时电容电压y的分岔图.系统以参考电流I_{ref}为碰撞边界,因此碰撞边界处$x=I_{\mathrm{ref}}$.图2直观地展现了系统在I_{ref}变化时的映射结构,可见随着I_{ref}的增加,系统经过脉冲边界切换,相继出现了倍周期分岔与鞍结分岔等复杂的非线性动力学行为.

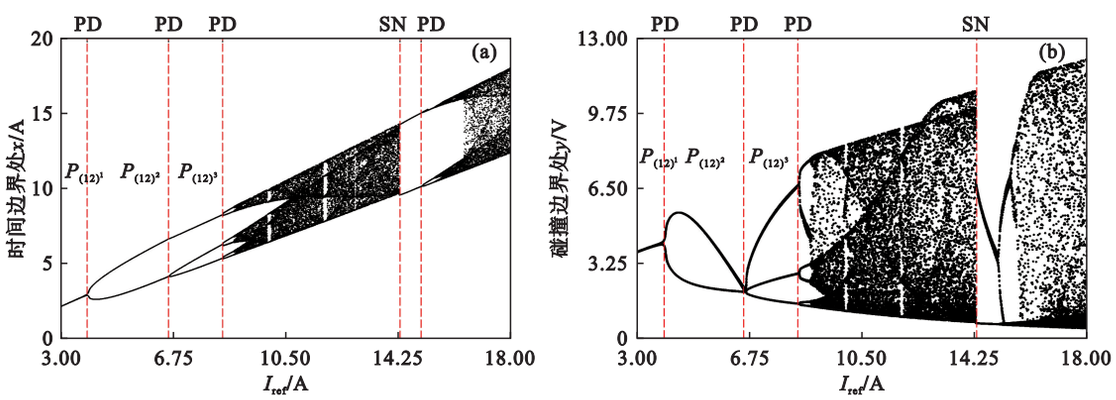


图2 系统随参考电流变化的分岔图

Fig. 2 Bifurcation diagram of system varying with reference current

(a)—时间边界处x随参考电流的变化;(b)—碰撞边界处y随参考电流的变化.

随着参考电流的逐渐增加,系统的非线性动力学行为呈现出丰富的演化路径.在参考电流$I_{\mathrm{ref}}\in[3.00,3.90)$A时,系统呈现出常规的稳定单周期响应轨迹,映射结构为$P_{(12)^1}$.参考电流升至

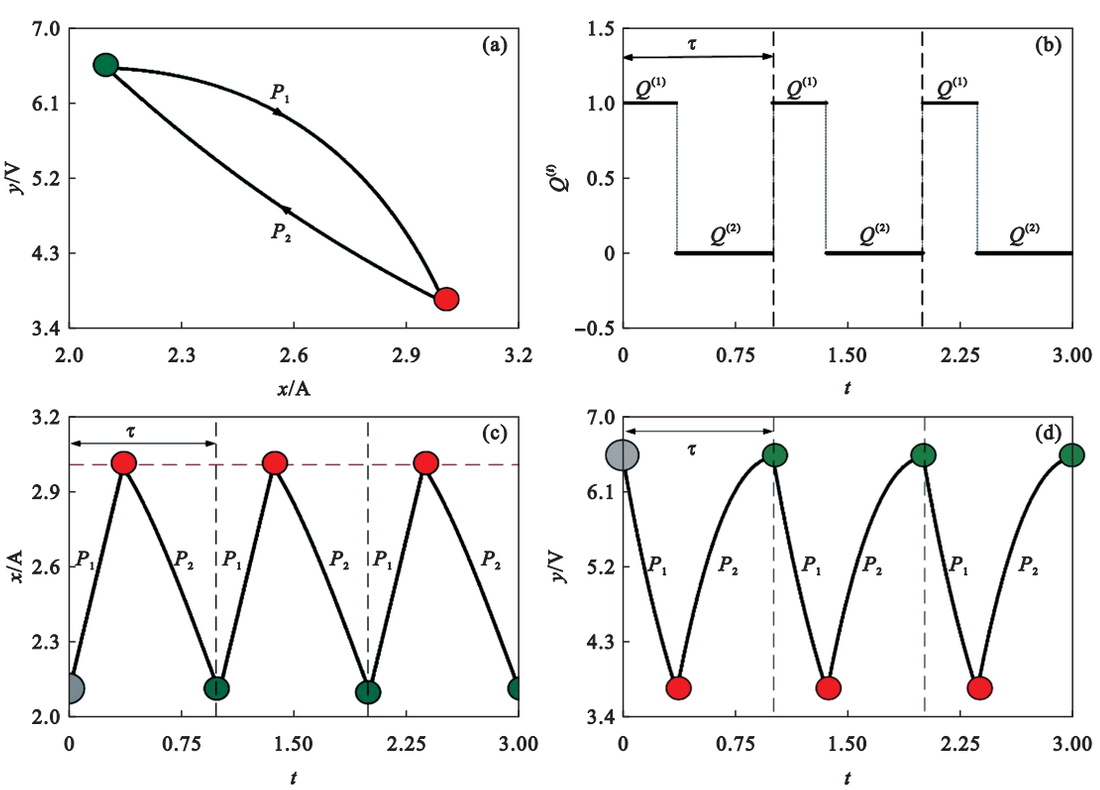
3.90 A,系统出现倍周期分岔,运行轨迹的映射结构转变为周期二.参考电流不超过6.60 A,映射结构保持$P_{(12)^2}$,电流继续升高,映射类型转变为$P_{(12)^3}$.此后,当参考电流增加至8.40 A时,系统再次经历倍周期分岔并演化至混沌状态,此时的映射类型记为$P_{(12)^N}(N\to\infty)$,混沌区域内部可观测到周期窗口.进一步增大电流至14.30 A,系统出现鞍结分岔,边界上的运动轨迹从混沌回到周期态,映射结构短暂恢复为$P_{(12)^2}$.这一机制导致系统发生阵发性混沌响应,进而演化出1个极为清晰的周期二窗口.最终参考电流继续升高到15.00 A,分岔序列完成,系统进入混沌状态并一直维持.

3　仿真分析

深度剖析变换器的边界演化机理,需充分探讨系统内各类映射结构,并严格推导出引发不同边界运动的充要条件.本章绘制了系统的时序图、相图、流切换图以及G函数波形图来直观地分析系统在位移边界上的动态行为,深化了对变换器边界非光滑运动物理机制的认知.

3.1　映射结构$P_{(12)^1}$

根据参考电流I_{ref}的分岔图,选取$I_{\mathrm{ref}}=3.0$ A绘制相轨迹图、流切换图和时序图,如图3所示,此时系统稳定于$P_{(12)^1}$周期一运动.图3a为$P_{(12)^1}$映射下的相轨迹图,以绿色点为起点,此时电感在系统工作状态1下储存能量,电感电流上升,此过程中映射结构为P_1.在到达由红色点表示的碰撞点后,映射结构转换为P_2,此时电感在系统工作状态2下释放能量,电感电流减小.直到脉冲信号来临时,系统运动轨迹回到初始状态.图3b为$P_{(12)^1}$映射下的状态切换图,当电感电流i_L达到参考电流阈值时,系统从工作状态1($Q^{(1)}$)切换到工作状态2($Q^{(2)}$),完成能量存储与释放的周期性循环.在周期一映射时序图中,单周期时间$\tau=1$,状态切换与时钟脉冲严格同步,每个时钟周期内完成1次完整的充放电过程.图3c和图3d分别为该映射下的电感电流和电容电压波形图,可以看出系统由区域Ω_1穿越到区域Ω_2时的电感电流最大值固定,图中的红色实心点表示系统在边界处发生穿越时的位置,即系统映射结构由P_1转变为P_2的切换点,此时系统的电感电流等于所选参考电流.绿色的点表示系统映射结构由P_2转变为P_1,此种映射结构的转变由变换器系统中时钟脉冲控制,当系统的时钟脉冲为高电平且电感电流小于参考电流时,系统的映射轨迹才由P_2转变为P_1.



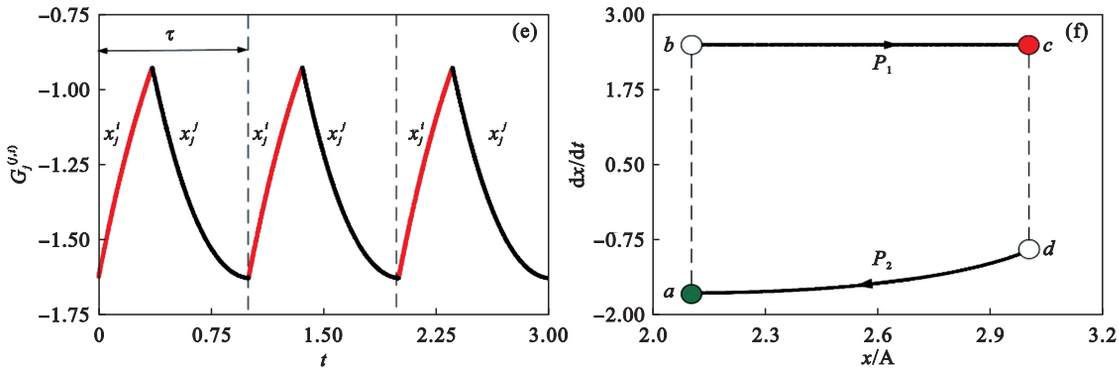


图 3 $P_{(12)^1}$ 映射结构

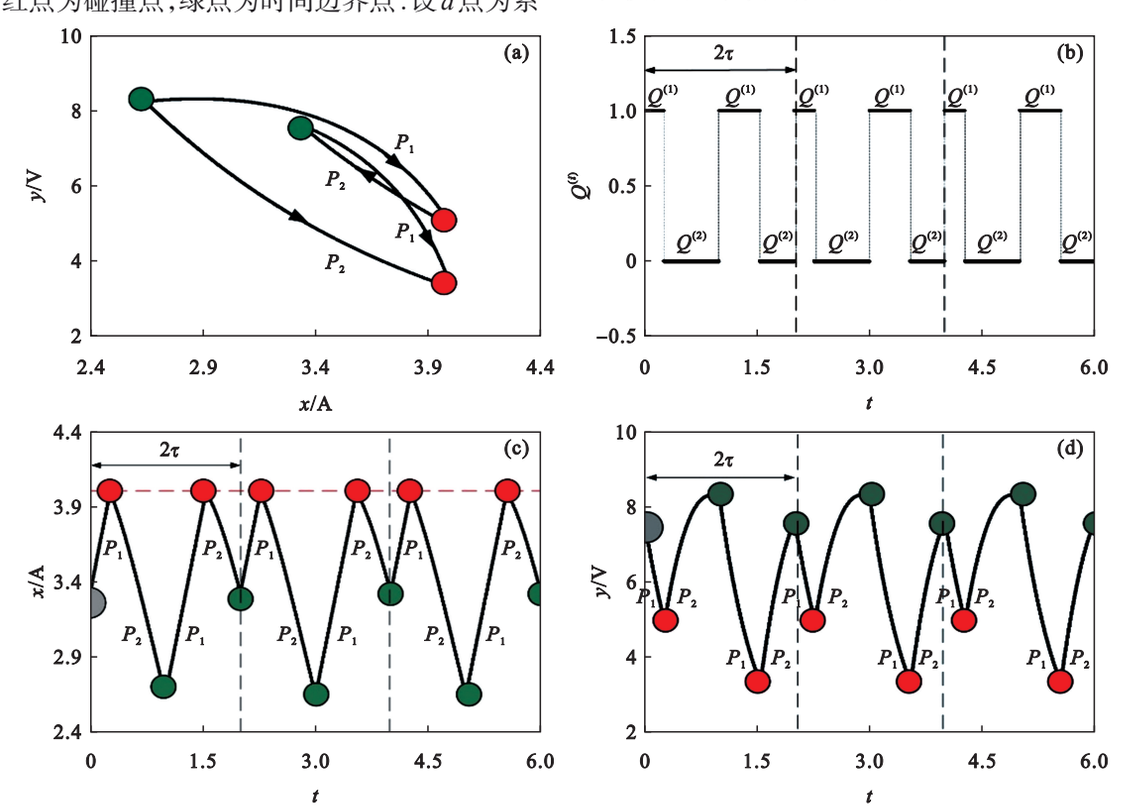
Fig. 3 $P_{(12)^1}$ mapping structure

(a)—相轨迹图;(b)—状态切换时序图;(c)—电感电流波形图;(d)—电容电压波形图;(e)—$G_j^{(i,j)}$函数时序图;(f)—流切换图.

G 函数随时间变化轨迹图如图 3e 所示.其中黑线为子域中实流,红线为子域中虚流.图 3e 主要用于示意其中 1 种映射情况下实流与虚流对应的 G 函数变化规律.对于第一次映射,流方向与法向量指向相同;对于第二次映射,流方向与法向量指向相反.两种映射情况下,实流与虚流可根据相应 G 函数的符号进行判定.第一次映射为汇流 P_1,流方向与法向量指向相同,系统边界法向量指向域 Ω_j(即 $\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}\to\Omega_j$),其中实流 $G_i^{(i,j)}>0$(即 $x_i^i>0$),虚流 $G_j^{(i,j)}<0$(即 $x_j^i<0$);第二次映射为源流 P_2,流方向与法向量指向相反,系统边界法向量指向域 Ω_i(即 $\boldsymbol{n}_{\partial\Omega_{ij}}\to\Omega_i$),其中实流 $G_j^{(i,j)}<0$(即 $x_j^j<0$),虚流 $G_i^{(i,j)}>0$(即 $x_i^j>0$).图 3f 为 $P_{(12)^1}$ 映射下的系统流切换轨迹图,红点为碰撞点,绿点为时间边界点.设 a 点为系统的初始位置,当时钟脉冲到达时,电感电流保持不变,系统进入工作状态 1,状态点由 a 切换至 b,此时的传输映射记为 P_{21}.在工作状态 1 下,电感电流持续上升,该连续演化过程对应的映射为 P_1.当电感电流增大至基准电流边界并到达 c 点时,系统发生边界碰撞,随之由工作状态 1 切换至工作状态 2.此时,状态点由 c 突变至 d,对应的传输映射记为 P_{12}.随后,系统经历演化映射 P_2,电感电流逐渐下降,并最终回归至初始的 a 点.至此,系统完成 1 次完整的循环,其周期性运动轨迹可表示为 $a\to b\to c\to d\to a$.

3.2 映射结构 $P_{(12)^2}$

选取参考电流 $I_{\mathrm{ref}}=4.0$ A,绘制相轨迹图、流切换图和时序图,如图 4 所示.



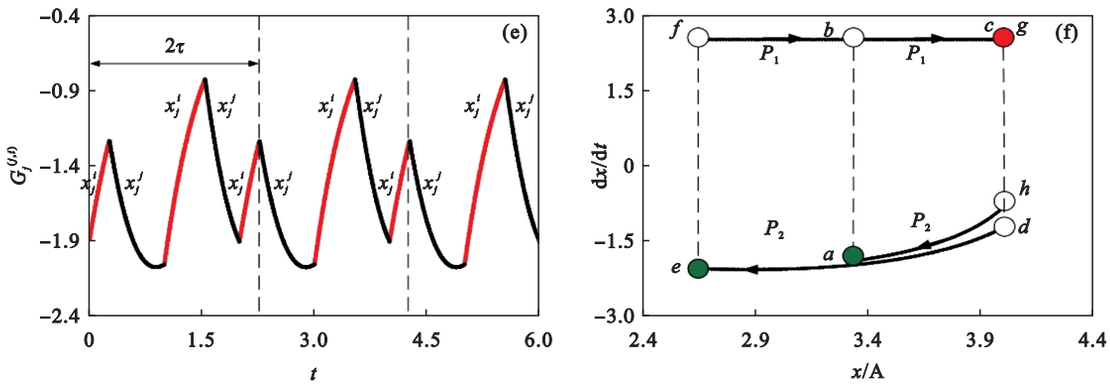


图 4　$P_{(12)^2}$ 映射结构

Fig. 4　$P_{(12)^2}$ mapping structure

(a)—相轨迹图;(b)—状态切换时序图;(c)—电感电流波形图;
(d)—电容电压波形图;(e)—$G_j^{(i,j)}$ 函数时序图;(f)—流切换图.

图 4a 相轨迹图显示,系统的映射结构在 P_1 与 P_2 间发生 4 次切换,首次 P_1 映射使电感电流从初始点上升至参考电流后切换为 P_2 映射,之后由于时钟脉冲强制切换为 P_1,2 次中间状态的持续时间较短,到达参考电流时再次切换为 P_2,完成能量释放后,系统回归初始状态.图 4b 和图 4c 分别为状态切换时序图与电感电流波形图.状态 1 电感电流上升与状态 2 的衰减交替进行,但时钟脉冲在 $t=1$ 与 $t=2$ 处的强制干预导致碰撞边界处 2 次切换点偏离.图 4d 为此时的输出电压波形图,平均输出电压 $V_{\text{out}}=6$ V,纹波电压 $\Delta V\approx 2.2$ V.与周期一运动相比输出电压增大,同时由于中间状态的短暂切换使得电容充放电不完全,进一步导致纹波劣化.

图 4e 为 G 函数随时间变化轨迹图,清晰呈现了其跨越边界时的演化规律.图中黑色线标出了系统运动的 1 个周期,该周期内的状态空间轨迹在边界处经历了从区域 Ω_i 到区域 Ω_j 和区域 Ω_j 到区域 Ω_i 的双重往复切换过程.其中黑色线为实流,表示系统在区域 Ω_j 内的流运动轨迹;红色线为 $G_j^{(i,j)}$ 函数的虚流,此时系统处于工作状态 1,流在区域 Ω_i 内运动,因此在区域 Ω_j 内称为虚流.借助图中流轨迹的颜色差异,可以看出系统运动区域的变化,一旦系统轨线触及并满足边界的切换条件,系统的虚实流状态就会发生转换,即系统的运动区域发生改变.图 4f 为系统的映射轨迹,设 a 点为初始状态,经过一系列演化映射和传输映射,电感电流回落并最终闭合于初始位置 a 点,至此系统进入稳定的周期运行状态.由于 $a\to b\to c\to d\to e\to f\to g\to h\to a$ 的循环包含 2 次时钟脉冲触发,跨越了 2 个时钟脉冲周期,因此这一闭合的运动轨迹清晰地表征了系统的周期二运动特性.

4　电路仿真实验

电路仿真实验基于 PSIM 平台进行,根据图 1 变换器的电路拓扑图搭建实验电路,各元件参数与模型构建参数一致,如图 5 所示.

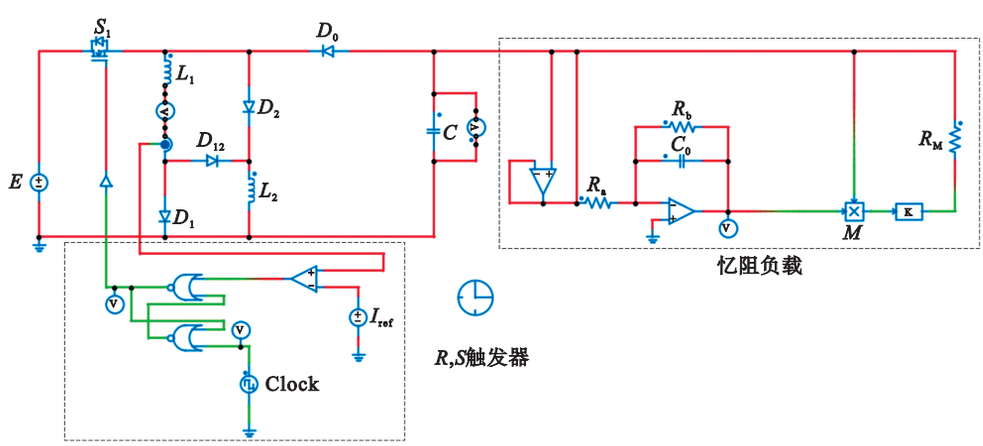


图 5　忆阻负载 SIBB 变换器 PSIM 电路模型

Fig. 5　PSIM circuit model of SIBB converter with a memristive load

主电路由开关管 S_1、二极管 D、滤波电容 C、滤波电感 L 以及忆阻负载 $W(v_0)$ 构成，忆阻负载通过运算放大器、模拟乘法器及阻容元件搭建，R，S 触发器由 2 个或非门构成，电感电流通过电流采样器进入比较器. 系统采用峰值电流控制策略，控制逻辑如下：在恒定频率的时钟脉冲驱动下，一旦时钟脉冲跳变为高电平状态，R，S 触发器置位，开关管导通，电感电流 i_L 随之进入线性上升阶段；同时，电流采样器将电流送入比较器，当 i_L 达到参考电流 I_{ref} 时，比较器翻转并复位 R，S 触发器，开关管关断，电感释放能量，电感电流 i_L 线性下降. 通过电流比较与逻辑复位，实现对 SIBB 变换器峰值电流的精确控制. 在实验中，通过设置不同的参考电流 I_{ref}，得到不同边界运动对应的波形，图 6~7 展示了不同映射结构 $P_{(12)^1}$ 和 $P_{(12)^2}$ 的时序图与相轨迹图.

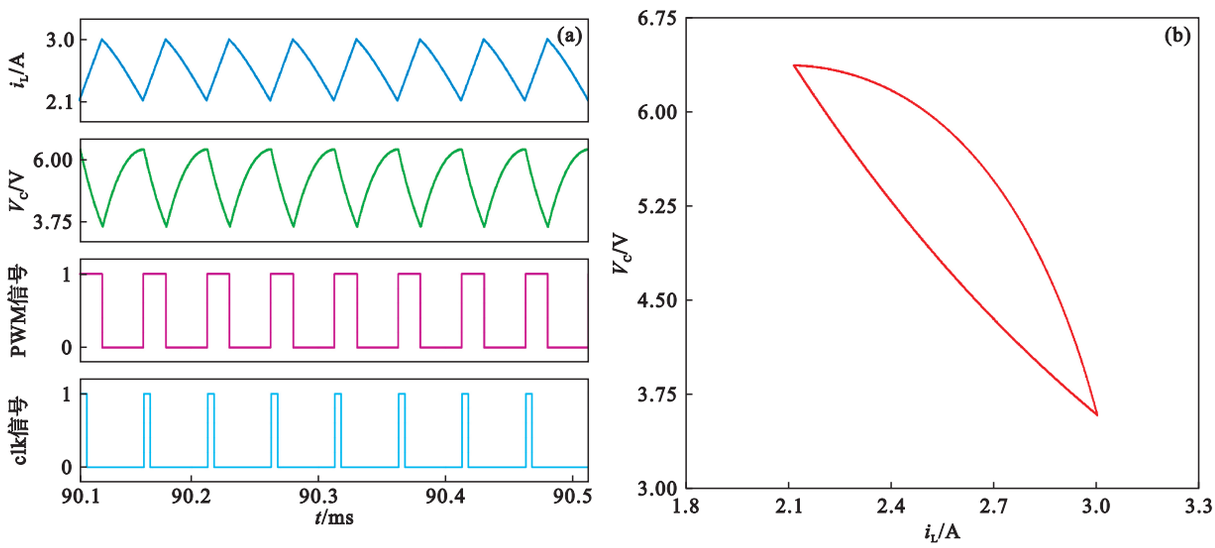


图 6 映射结构 $P_{(12)^1}$ 的 PSIM 仿真结果

Fig. 6 PSIM simulation results of mapping structure $P_{(12)^1}$

(a)—时序图；(b)—相轨迹图.

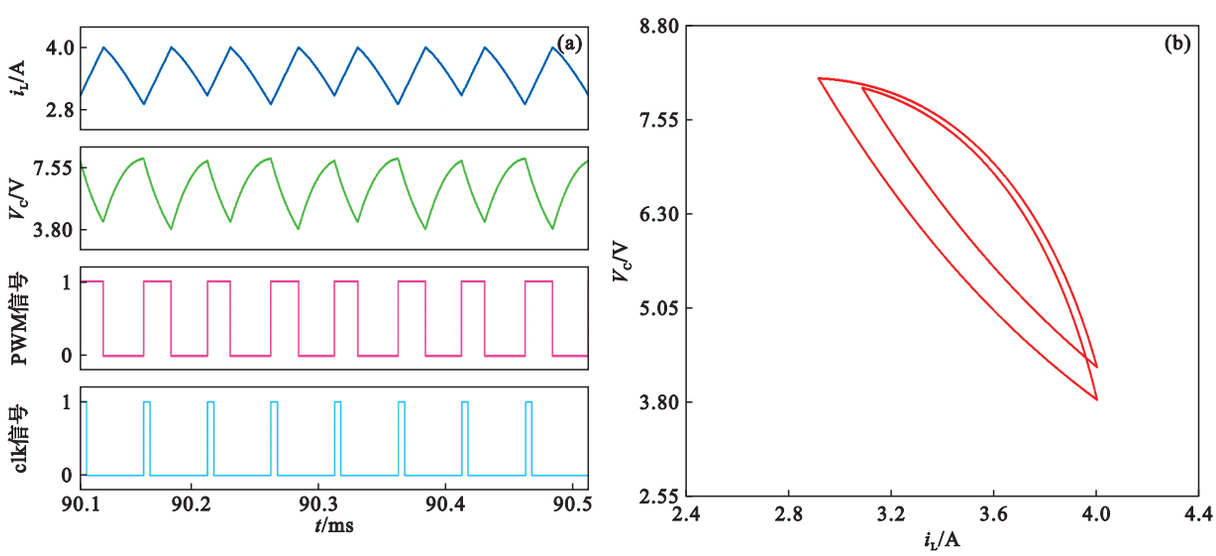


图 7 映射结构 $P_{(12)^2}$ 的 PSIM 仿真结果

Fig. 7 PSIM simulation results of mapping structure $P_{(12)^2}$

(a)—时序图；(b)—相轨迹图.

首先，选取参考电流 $I_{ref}=3.0$ A，实验结果如图 6 所示，此时系统映射结构为 $P_{(12)^1}$. 图 6a 为时序波形图，自上而下依次为电感电流 i_L，输出电压 V_C，驱动信号 PWM(pulse width modulation)以及时钟信号 clk；图 6b 为对应的 V_C-i_L 相轨迹图. 图 6a 时序波形图显示，电感电流 i_L 呈规则的三角

波,各周期波形完全一致,符合周期一的稳态特性;输出电压 V_C 纹波平滑,幅值稳定;PWM 波形的高低电平严格对应电感电流的线性升降;Clock 信号输出固定周期脉冲,每个脉冲对应 PWM 的上升沿.图 6b 的 V_C-i_L 相轨迹图呈现为单闭环曲线,其轨迹在每次循环中均稳定重复,这是典型的周期一特性.同时,相轨迹图、时序波形图与图 3a~3d 的仿真结果严格对应,实现了实验结果与仿真结果的相互印证.

然后,选取参考电流 $I_{ref}=4.0$ A,此时系统发生倍周期分岔,进入周期二状态,映射结构为 $P_{(12)^2}$,实验结果如图 7 所示.图 7a 时序波形图显示,电感电流 i_L 与输出电压 V_C 周期变为 2τ,波形均呈现尖峰交替的特征,这主要归因于 PWM 控制信号呈现出宽、窄脉冲交替出现的动态特征.图 7b 的 V_C-i_L 相轨迹演化为双环嵌套结构,尽管几何结构相较周期一更为复杂,但其仍然是闭合曲线,说明系统仍处于周期二状态.此状态下的相轨迹图及时序波形图与图 4a~4d 的仿真结果严格对应.上述对比分析结果表明,本文提出的方法可清晰展示忆阻负载 SIBB 变换器的边界运动机理,并且忆阻负载 SIBB 变换器发生边界碰撞时,仿真得到的边界运动模式和实验结果高度吻合.

5　结　　语

本文研究了忆阻负载 SIBB 变换器的边界行为,并绘制了系统的分岔图、相图、时序图及状态切换图.通过深入分析系统在不同参考电流下的运动轨迹,直观地反映了系统对电路参数的敏感性,并清晰地观察到了发生边界碰撞的时间点与位置.具体而言,本文突破了常规理论的分析局限,推导出了虚实流切换 G 函数解析判据,从物理本质上界定了系统随参考电流演化发生倍周期分岔与鞍结分岔的精准映射结构,获取了系统状态突变的可量化参数边界.最后,通过 PSIM 电路仿真对该系统进行了实验验证,呈现了周期运动、倍周期分岔以及边界碰撞分岔等复杂的动力学行为.实验结果与数值仿真结果高度吻合,验证了不连续动力学理论的有效性,进一步证明了流切换理论的正确性,为电流控制型 SIBB 变换器在光伏电能变换控制领域中的实际应用奠定了基础.

参考文献:

[1] 吴尧, 胡士礼, 庄一展, 等. 用于电动汽车充电的部分功率处理 LLC 变换器[J]. 电气工程学报, 2026, 21(1): 230−240.
(Wu Yao, Hu Shi-li, Zhuang Yi-zhan, et al. Partial power processing LLC converter for electric vehicle charging[J]. *Journal of Electrical Engineering*, 2026, 21(1): 230−240.)

[2] Shetty S, Prahllada A M, Vinatha U. Single-switch continuous current high-gain DC−DC converter with common ground for vehicular applications [J]. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2025, 13(6): 7127−7138.

[3] Tuluhong A, Xu Z S, Chang Q P, et al. Recent developments in bidirectional DC−DC converter topologies, control strategies, and applications in photovoltaic power generation systems: a comparative review and analysis [J]. *Electronics*, 2025, 14(2): 389.

[4] Hu D P, Ma L Y, Song Z G, et al. Multiple bifurcations of a time-delayed coupled FitzHugh−Rinzel neuron system with chemical and electrical couplings [J]. *Chaos, Solitons Fractals*, 2024, 180: 114546.

[5] 谢玲玲, 谭恩坤, 杨雨晴, 等. 分数阶 Boost 变换器的混沌控制研究[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2024, 49(4): 764−772.
(Xie Ling-ling, Tan En-kun, Yang Yu-qing, et al. Research on chaos control of fractional-order Boost converter [J]. *Journal of Guangxi University* (*Natural Science Edition*), 2024, 49(4): 764−772.)

[6] Guo H L, Zhang Z R, Xu Z, et al. Resonance stability analysis of MMC−based DC grid with coupled multiphase DC lines[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2023, 153: 109366.

[7] Cristiano R, Ponce E, Pagano D J, et al. On the Teixeira singularity bifurcation in a DC−DC power electronic converter [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 96(2): 1243−1266.

[8] Zhang X, Xia R X, Bao H, et al. Sigmoid function-based discontinuous feedforward current ripple modeling for stability analysis of cascaded converter [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2025, 40(9): 12893−12905.

[9] Zhang X, Xue J H, Bao H, et al. Stability analysis for cascaded converter using equivalent multi−PWL current ripple [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2024, 39(12): 16317−16330.

[10] 吴智, 张小平. 电流模式 Buck−Boost 变换器的混沌控制[J]. 电力系统及其自动化学报, 2018, 30(8): 51−57.
(Wu Zhi, Zhang Xiao-ping. Chaos control of buck-boost converter in current mode [J]. *Proceedings of the CSU−EPSA*, 2018, 30(8): 51−57.)

[11] Song Q K, Chen X F. Multistability analysis of quaternion-valued neural networks with time delays [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(11): 5430−5440.

[12] Staunton E J, Piiroinen P T. Noise-induced multistability in the square root map [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(1): 769−782.

[13] Wang Y Q, Ji X Z. Coexisting attractors in memristive load buck converter[J]. *The European Physical Journal Plus*, 2023, 138(4): 347.

[14] Kumar R, Nagar B C. MBTC: memristor−MOS−based binary to ternary converter for image processing application [J]. *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 2026, 35(3): 2530010.

[15] Wang L, Wang C, Zhang H L, et al. Estimation-correction

modeling and chaos control of fractional-order memristor load buck-boost converter[J]. *Complex System Modeling and Simulation*, 2024, 4(1): 67−81.
[16] Sen D, Mahapatra R K, Saha T K, et al. Bifurcation of double-input DC−DC buck buck-boost fused converter[J]. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 2023, 34(3): 578−587.
[17] Luo A C J. A theory for non-smooth dynamic systems on the connectable domains[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2005, 10(1): 55−58.
[18] Luo A C J, Huang J Z. Discontinuous dynamics of a non-linear, self-excited, friction-induced, periodically forced oscillator[J]. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2012, 13(1): 241−257.
[19] Gao P Y, Min F H, Li C B, et al. Dynamical analysis of boundary behaviors of current-controlled DC−DC buck converter[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 106(3): 2203−2228.
[20] Min F H, Chen J Y. The coexisting behaviors on the boundary of a duffing-like oscillator with signum nonlinearity and its FPGA−based implementation[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2020, 30(6): 2050085.

(上接第 55 页)

[6] Lu R D, Chen Z G, Lu L, et al. Designing multi-double-scroll jerk chaotic oscillators based on attractor modulators[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2024, 187: 115362.
[7] Ding P F, Wang Z X, Li K, et al. A novel chaotic system with 2−D grid multi-scroll chaotic attractors through quasi-sine function[J]. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 2025, 123(1): 15.
[8] Ding P F, Li K, Wang Z X. Generation multi-scroll chaotic attractors using composite sine function and its application in image encryption[J]. *Physica Scripta*, 2024, 99(4): 045221.
[9] Liu D X, Yu G F, Zhao Y Z, et al. A novel scheme for constructing grid multi-scroll chaotic systems applied to image encryption[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2025, 113(16): 21925−21949.
[10] Meera K, Selvaganesan N. Generalized fractional order complex Lorenz system-based dual layer security enhancement approach[J]. *IEEE Access*, 2025, 13: 112162−112175.
[11] Yu F, Xu S, Lin Y, et al. Design and analysis of a novel fractional-order system with hidden dynamics, hyperchaotic behavior and multi-scroll attractors[J]. *Mathematics*, 2024, 12(14): 2227.
[12] Matouk A E, Almutairi D K, Herzallah M A E, et al. Symmetry in a fractional-order multi-scroll chaotic system using the extended Caputo operator[J]. *Symmetry*, 2023, 15(8): 1582.
[13] Sprott J C. Some simple chaotic jerk functions[J]. *American Journal of Physics*, 1997, 65(6): 537−543.
[14] Wang M J, Ding J, Li J H, et al. A novel multistable chaotic system with 2*m*−scroll attractor and its application[J]. *The European Physical Journal Plus*, 2024, 139(1): 64.
[15] Adelakun A O, Ogunjo S T. Active control and electronic simulation of a novel fractional order chaotic Jerk system[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2024, 130: 107734.
[16] Zhang C Y, Zhang B X, Chen J X, et al. Controllable multi-scroll with multi-wing, grid-scroll, and multi-directional grid-scroll chaotic attractors in a chaotic system with implicit Duffing equation[J]. *The European Physical Journal Plus*, 2024, 139(6): 492.
[17] Chlouverakis K E, Sprott J C. Chaotic hyperjerk systems[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2006, 28(3): 739−746.
[18] 孙克辉, 贺少波, 王会海. 分数阶混沌系统的求解与特性分析[M]. 北京: 科学出版社, 2020: 44−53.
(Sun Ke-hui, He Shao-bo, Wang Hui-hai. Solution and characteristic analysis of fractional-order chaotic system[M]. Beijing: Science Press, 2020: 44−53.)
[19] He S B, Sun K H, Wang H H. Modified multiscale permutation entropy algorithm and its application for multiscroll chaotic systems[J]. *Complexity*, 2016, 21(5): 52−58.