文章编号:1674-2974(2024)12-0001-09 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2024245

基于多频线谱陷波的动力总成振动主动控制研究

王里达[1,2],丁荣军[1†],刘侃[1],杨军[2],雷羿含[1],张旗[2]
(1. 湖南大学 机械工程与运载学院,湖南 长沙 410082;
2. 株洲时代新材料科技股份有限公司 材料技术与工程研究院,湖南 株洲 412000)

摘 要:针对汽车动力总成系统振动频率存在阶次多、单个阶次振动频带窄等问题,提出了一种基于滤波-x 最小均方算法改进的多频线谱陷波振动主动控制方法.首先,该方法基于转速信号来获取多个阶次振动频率的参考信号,再通过最小均方滤波器来计算获取这些阶次振动频率的抵消信号.其次,该方法根据不同频率阶次振动信号的正交性,进一步以线性叠加计算来获得主动悬置的控制信号,最终实现对多频线谱振动的主动控制.和传统滤波-x 最小均方算法相比,本算法改进了参考信号和控制信号的获取方式,因此有着更少的计算量、更快的收敛速度等优势.仿真和试验结果显示,所提方法比传统滤波-x 最小均方算法,在收敛次数方面减少了81.25% ,稳态误差下降了15%.其中,在怠速工况下,和传统滤波-x 最小均方算法比,最高降低了34.01 dB,在定置上升全油门工况下,总振级最高下降了17.5 dB.

关键词:多频线谱;陷波;滤波-x 最小均方算法;动力总成;振动主动控制
中图分类号:TB535;U464.13 **文献标志码**:A

Study on Active Control for Powertrain Vibration Based on Multi-frequency Line Spectrum Notch Algorithm

WANG Lida[1,2], DING Rongjun[1†], LIU Kan[1], YANG Jun[2], LEI Yihan[1], ZHANG Qi[2]
(1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. Institute of Materials Technology and Engineering, Zhuzhou Times New Material Technology Co., Ltd., Zhuzhou 412000, China)

Abstract: Aiming at the vibration frequency of automotive powertrain systems with problems such as multiple orders and narrow vibration bands of a single order, this paper proposes a multi-frequency line spectrum notch-filter vibration active control method based on the filtered-x least mean square algorithm. First, the method is based on the rotational speed signal to obtain the reference signals of multiple order vibration frequencies, and then the minimum mean square filter is used to calculate the offset signals of these order vibration frequencies. Secondly, based on the orthogonality of the vibration signals at different frequencies, the method further calculates the control signals with linear superposition to obtain the control signals of active suspension and eventually realizes the active control of multi-frequency line spectral vibration. Compared with the traditional filtered-x least-mean-square algorithm, this algorithm improves the acquisition of reference and control signals and thus has the advantages of less computation and faster convergence speed. Simulation and experimental results show that the proposed method reduces both the number

* **收稿日期**:2023-09-23
基金项目:湖南省科技创新计划项目(2023RC1047), The Science and Technology Innovation Program of Hunan Province (2023RC1047)
作者简介:王里达(1986—),男,湖南湘潭人,湖南大学博士研究生,高级工程师
† 通信联系人,E-mail: dingrj@csrzic.com

of convergence by 81.25% and the steady-state error by 15%, respectively, compared with the traditional filtered-x least-mean-square algorithm. The maximum reduction is 34.01 dB under idling condition and 17.5 dB under WOT condition, respectively, compared with the traditional filtered-x least mean square algorithm.

Key words: multi-frequency line spectrum; notch-filter; filtered-x least mean square (FxLMS) algorithm; powertrain; active vibration control

动力总成一般由发动机和变速箱组成,目前发动机仍是最广泛使用的动力源和主要的振动源之一[1].随着混动等新技术的发展,其振动特性更为复杂[2].传统的悬置为了更好地满足隔振、支撑和限位功能存在固定的刚度和阻尼,无法适应振动变化[3-4],因此振动主动控制是应对这一挑战的最佳方案.其中作动器[5-7]和控制算法[8]因为直接影响系统性能受到广泛关注,尤其是控制算法更起着决定性作用.振动主动控制算法主要分为两类:一类是基于系统模型设计控制算法[9],由于模型动力总成-主动悬置系统是一个高度耦合的非线性模型,难以精确建模[10],因此这一类控制算法难以取得较好的效果.另一类则不依赖精准的系统模型,如PID控制、鲁棒控制、H_∞/RC[11]、模糊控制等[12],其中PID控制对于非线性系统的响应速度较慢,且对高频干扰的鲁棒性较差.此外,鲁棒控制、H_2和H_∞/RC[13-14]需要消耗较多资源,且难以适应快速变化的动态系统.

为了解决这一难题,学者们基于滤波-x最小均方(filtered-x least mean square, FxLMS)算法开展了大量研究,这类算法往往不依赖于高精度的本构模型[15],对单一阶次噪声抑制效果较好[16-17],并且资源消耗较少.但在发动机振动中具有多阶次频率且每个阶次振动频带较窄[18]的情况下,如果仅对某一个阶次的振动进行抑制,对整体的减振性能改善较差,所以如何同时抑制多频线谱的振动成为值得研究的内容之一.而且对多频振动问题一般采用频域自适应滤波方式[19],在带来较大运算量的同时也降低了系统对动态变化工况的控制效果.

针对上述问题,本文提出了一种基于FxLMS算法改进的多频线谱陷波振动主动控制方法.该方法利用转速信号构建多个单频线谱的参考信号,并使用多个独立滤波器调节权值以抑制多个单频振动,最终根据不同频率振动的正交性获得最终控制信号,以实现对多频线谱振动的主动控制.为此首先通过仿真验证其对多频线谱振动的控制效果,然后基于实车和dSPACE开展快速控制原型试验,验证其控制效果.

1 汽车动力总成振动特性分析

常用的直列四缸活塞式内燃发动机坐标系如图1所示.

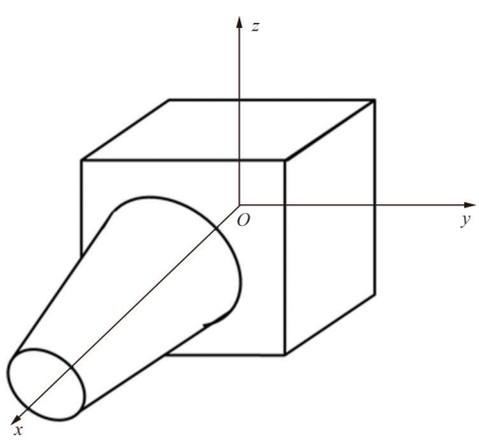


图1 动力总成坐标系

Fig.1 Powertrain coordinate system

发动机对车架的激励主要包含z轴方向作用力$\boldsymbol{F}_z$、绕x轴方向的总扭矩$\boldsymbol{M}_x$和绕y轴方向的总扭矩$\boldsymbol{M}_y$,其表达式分别如下[20]:

$$\boldsymbol{F}_z = -4m_s r\omega^2 \lambda_p \cos(2\omega t) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{M}_x = \boldsymbol{M}_{xm} + \boldsymbol{M}_{xg} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{M}_y = -4m_s r\omega^2 \lambda_p e_y \cos(2\omega t) \tag{3}$$

式中$\boldsymbol{M}_{xm}$和$\boldsymbol{M}_{xg}$分别为绕x轴方向的质量扭矩和气体扭矩,其计算式分别为:

$$\boldsymbol{M}_{xm} = -4m_s r^2\omega^2\left[\frac{1}{2}\sin(2\omega t) + \frac{\lambda_p^2}{4}\sin(4\omega t)\right] \tag{4}$$

$$\boldsymbol{M}_{xg} = 4[\bar{M}_x + a_1\sin(2\omega t + \varphi_2) + a_2\sin(4\omega t + \varphi_4) + \cdots] \tag{5}$$

式(1)~式(5)中m_s为曲柄连杆机构等效质量,r为曲柄半径,ω为曲轴角速度,λ_p为曲柄长度与连杆长度之比,$\bar{M}_x$为平均扭矩,a_i和φ_i分别为不同频率谐

波对应的幅值和相角,e_y为质心到2缸和3缸中间的距离.当其位于中心位置时e_y=0,即$\boldsymbol{M}_y$=0,这在设计上很容易做到的,因此仅余$\boldsymbol{F}_z$和$\boldsymbol{M}_x$两种激励.同时,4缸发动机振动的奇数阶会互相抵消,而偶数阶分量会叠加放大[21],实测的4缸动力总成振动如图2所示.可知在其运行过程中产生了多阶次、窄频带的振动,为此需设计一种算法来优化控制.

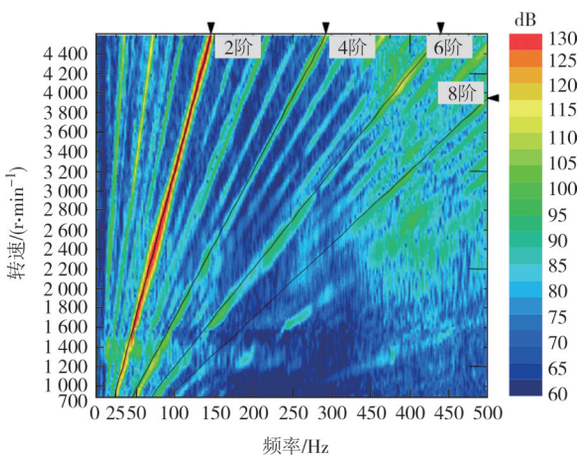


图2　发动机阶次频率振动情况

Fig.2　Engine order frequency vibration conditions

2　多频线谱陷波振动主动控制算法

2.1　传统FxLMS算法

如图3所示,传统FxLMS算法是单通道的,假设系统的实际输出为$y(n)$,预期输出为$d(n)$.$\boldsymbol{X}(n)$是通过噪声传感器获取的参考输入信号,可以表示为$\boldsymbol{X}(n)=[x(n),x(n-1),\cdots,x(n-L+1)]^{\mathrm{T}}$,加权系数向量表示为$\boldsymbol{W}(n)=[w_1(n),w_2(n),\cdots,w_L(n)]^{\mathrm{T}}$.

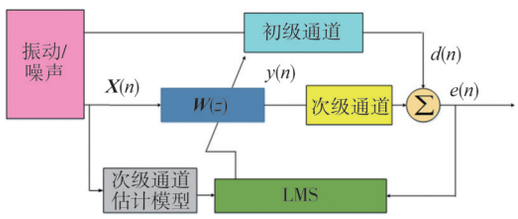


图3　传统FxLMS算法框图

Fig. 3　Block diagram of conventional FxLMS algorithm

系统输出可以表示为:

$$y(n)=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{W}(n) \tag{6}$$

误差信号$e(n)$表示为:

$$e(n)=d(n)-y(n) \tag{7}$$

根据梯度下降法得到权值更新公式为:

$$\boldsymbol{W}(n+1)=\boldsymbol{W}(n)+2\mu e(n)\boldsymbol{X}(n) \tag{8}$$

式中μ为步长,又称为收敛系数.

图3中的次级通道是指控制器输出信号和误差信号之间的整个控制信号传递路径,以执行器和振动系统为主[22].传统FxLMS算法应用于动力总成的振动主动控制时,由于对多阶次振动频率和多通道缺少解耦,往往计算量大、收敛慢,因此控制效果不佳.

2.2　多频线谱陷波振动主动控制算法

如图4所示,为实现对多阶次振动线谱进行抑制,本文提出基于传统FxLMS算法改进而来的多频线谱陷波振动主动控制算法.该算法利用转速获取阶次频率,并构建多个参考信号,实现多线谱解耦.

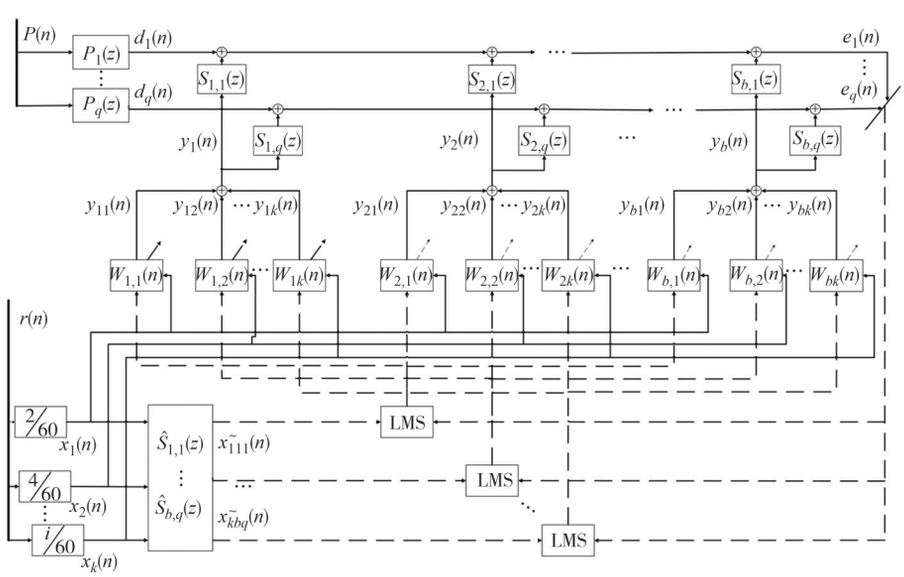


图4　基于改进FxLMS的多频线谱陷波振动主动控制算法

Fig.4　Active control algorithm for multi-frequency line spectral notching vibration based on improved FxLMS

利用振动抵消信号的正交性,以线性叠加的方式合成最终的控制信号用于激励主动悬置.该算法仅针对阶次振动频率陷波而忽略其他的振动,因此和传统FxLMS相比,有着更少的计算量和更快的收敛速度等优势.

在第n个时刻,需抑制的第k个振动频率对应于旋转机械的第i阶次频率,则需抑制的第k个振动频率信号$f_k(n)$通过下式进行计算:

$$f_k(n) = i \cdot r(n)/60 \tag{9}$$

式中$r(n)$为第n个时刻的转速.并通过式(10)得出第n个时刻的第i阶振动对应的参考信号值$x_k(n)$:

$$x_k(n) = \sin\left[\sum_{j=0}^{n} 2\pi f_k(j) \cdot \Delta t\right] \tag{10}$$

式中:$f_k(j)$为第j个时刻的第i阶振动频率,即需抑制的第k个振动频率;Δt为采样时间;$x_k(n)$为采用相位累加的方式得到第n个时刻的第i阶振动对应的参考信号.

在振动传递通道模型中,幅值和相位的变化都会直接影响控制器的性能,因此还需利用次级通道估计模型对参考信号进行滤波.在本文中次级通道估计模型被认为是不同频率的振动在传播过程中的幅值衰减特性和相位滞后特性,这两种特性可利用幅值衰减系数α和相位滞后角$\Delta\varphi$进行表示.这两种特性与振动频率和传播路径相关.该次级通道估计模型通过窄带扫频激励和最小均方算法(least mean square, LMS)算法离线辨识获得.因此,经从第b个作动器到第q个传感器的次级通道滤波后的第n个时刻的第i阶振动对应的参考信号值$x'_{kbq}(n)$即为:

$$x'_{kbq}(n) = \alpha_{kbq} \sin\left[\sum_{j=0}^{n} 2\pi f_k(j) \cdot \Delta t + \Delta\varphi_{kbq}\right] \tag{11}$$

式中,α_{kbq}和$\Delta\varphi_{kbq}$为需抑制的第k个阶次振动频率对应的从第b个作动器到第q个传感器的次级通道幅值衰减系数和相位滞后角.

通过获取的次级通道估计模型滤波后参考信号和误差传感器获取的误差信号,在第n个时刻,用于抑制第k个振动频率的振动所需的第b个作动器的权值$w_{bk}(n)$及控制信号$y_{bk}(n)$为:

$$w_{bk}(n+1) = w_{bk}(n) - 2\mu \sum_{q=1}^{Q} e_q(n) \cdot x'_{kbq}(n) \tag{12}$$

$$y_{bk}(n) = w_{bk}(n) x_k(n) \tag{13}$$

式中,$e_q(n)$为第q个传感器所采集到的误差信号,μ为迭代步长.

本文所提算法将利用发动机第i阶振动频率来生成相应的参考信号和控制信号,并用于相应阶次频率振动的抑制.但如果需要同时对多个频率的振动进行抑制,则还需分别计算出抑制各频率振动所需控制信号$y_{bk}(n)$,利用不同频率振动信号的正交性,通过线性叠加的方式得出最终输出给第b个主动悬置的控制信号$y_b(n)$,即可对多个阶次频率的振动同时进行抑制.如下式所示:

$$y_b(n) = y_{b1}(n) + y_{b2}(n) + \cdots + y_{bk}(n) \tag{14}$$

输出给第b个主动悬置的控制信号$y_b(n)$经过不同的次级通道滤波后,在不同的传感器处产生响应,因此抵消第q个传感器处的初级振动,第q个传感器振动信号$e_q(n)$为抵消后的误差信号,其被反馈用于式(12)进行权值迭代运算.

3 控制算法仿真

为了验证对比算法的理论性能,基于MATLAB/Simulink搭建模型进行离线仿真,结合实际采集的转速和振动加速度数据,建立的仿真如图5所示.

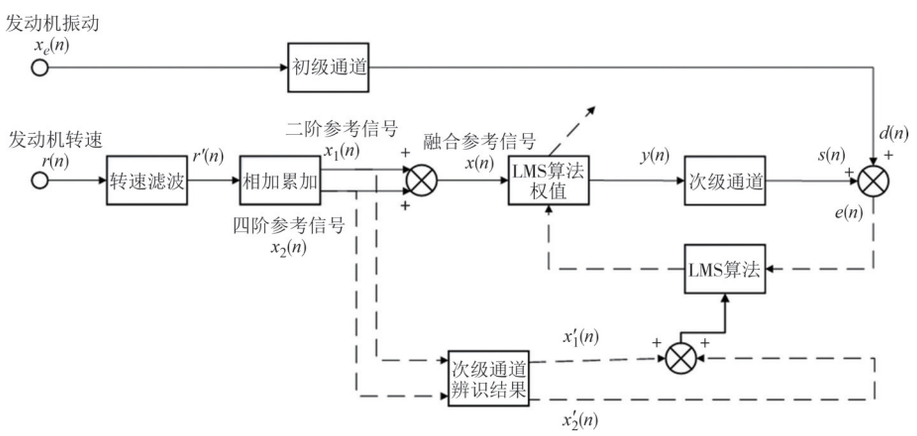


图5 仿真框图

Fig.5 Simulation block diagram

对比两种算法的收敛特性,如图6所示,可以看出相比传统FxLMS,本文所提改进算法的迭代至收敛次数由8×10^4次减少到1.5×10^4次(降低81.25%),收敛后误差均方根值由0.27 m/s²减少到0.23 m/s²(下降15%),具有更快的收敛速度和更小的稳态误差.

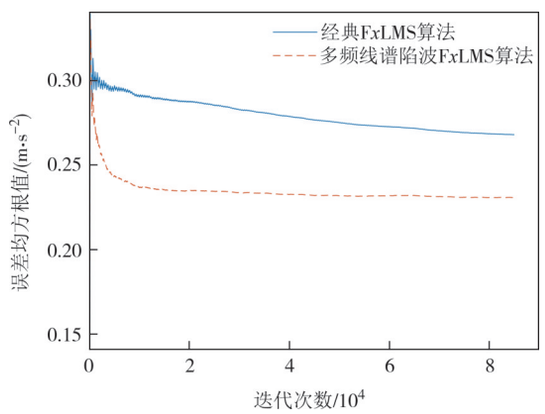


图6　两种算法的收敛特性对比

Fig.6　Comparison of the convergence characteristics of the two algorithms

上述两种算法和无振动控制下的时域信号及其怠速段局部放大对比如图7所示.其中,图7(a)中前面部分为怠速工况,后面部分为定置上升工况(whole open throttle,WOT).由图7(b)可知,相比于传统FxLMS算法,使用本文改进后的算法振动幅值显著下降.以全程加速度均方根值为指标,无振动控制时全程加速度均方根值约为0.242 0 m/s²,传统FxLMS控制后的全程加速度均方根值为0.108 2 m/s²,而本文优化算法加速度均方根值为0.024 4 m/s²,相比传统FxLMS算法降低了77.17%.

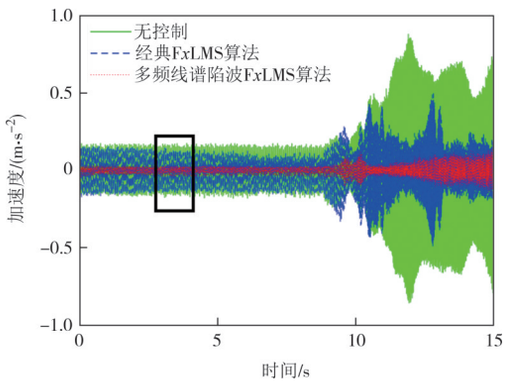
怠速工况下,两种算法在有、无控制时的自功率谱及各阶次振级分别如图8(a)和图8(b)所示,相比传统FxLMS算法,本文所提减振算法对多阶次频率有着更好的振动控制效果.

WOT工况下,如图9所示.传统FxLMS算法振动控制效果一般,还有部分频段存在放大的情况,这是因为传统FxLMS算法收敛速度相对较慢,难以适应快速动态变化的工况.传统FxLMS算法在所关注频段内振动总衰减量约为6.5 dB,而本文优化算法在WOT工况下所关注频段内振动总衰减量达20 dB.

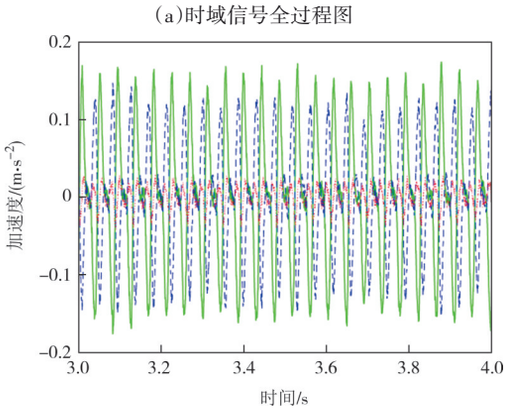
4　试验与数据分析

4.1　快速控制原型试验平台

本文试验车使用的是直列四缸发动机,其与变



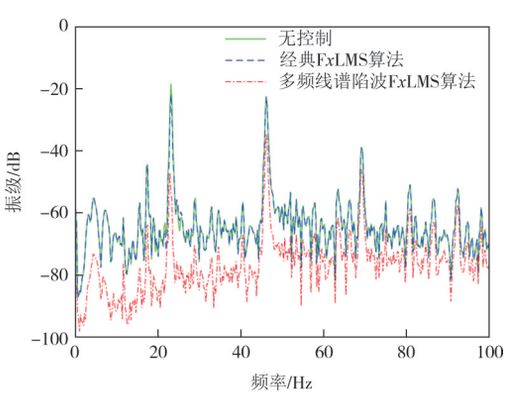
(a)时域信号全过程图



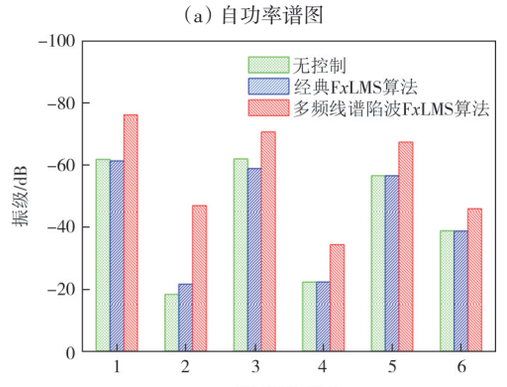
(b)局部放大图

图7　时域信号对比

Fig.7　Comparison of time-domain signals



(a) 自功率谱图



(b)各阶次振动振级示意图

图8　怠速工况下频域信号对比

Fig.8　Comparison of signals in the frequency domain at idling condition

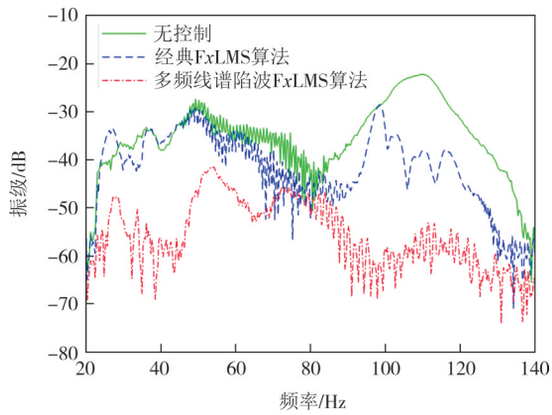


图 9 定置上升工况下频域信号对比

Fig.9 Comparison of signals in the frequency domain under WOT condition

速箱、离合器组成动力总成,安装形式为纵置式.如本文第 1 章所述,所用直列 4 缸发动机的主要激励为 $\boldsymbol{M}_x$ 和 $\boldsymbol{F}_z$,因此在动力总成前方靠近发动机端左右对称布置 1 个主动悬置即可抵消主要振动.后方靠近变速箱居中位置布置 2 个橡胶悬置,其位置紧密相接,且与发动机位置距离较远,在研究时通常简化为一个悬置,为典型的三点式悬置结构,如图 10 所示.

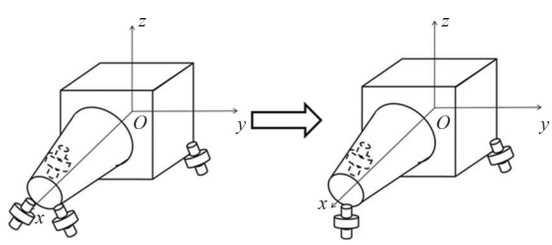


图 10 三点式悬置结构示意图

Fig.10 Schematic diagram of three-point suspension structure

该控制试验系统如图 11 所示.其中底盘振动由位于主动悬置附近的 2 个误差加速度传感器来测量,如图 12 所示,布置位置离悬置越近越有利于误差信号最小化.该信号通过滤波器和 A/D 转换后,作为控制算法的误差信号输入.算法基于 dSPACE 平台运行,其目的是产生适当的控制信号,经过 D/A 转换和放大后,使主动悬置产生力,以抵消从动力总成传来的振动,使误差信号最小.

4.2 试验结果分析

怠速工况对应发动机的相对稳态,而 WOT 工况代表了变化最快的工况.本文将主要针对上述两种典型工况开展测试验证和比较.同时直列 4 缸机主要的振动阶次为 2 阶和 4 阶,其他阶次的振动幅值相对很小,因此测试中的多频线谱振动主动控制算法

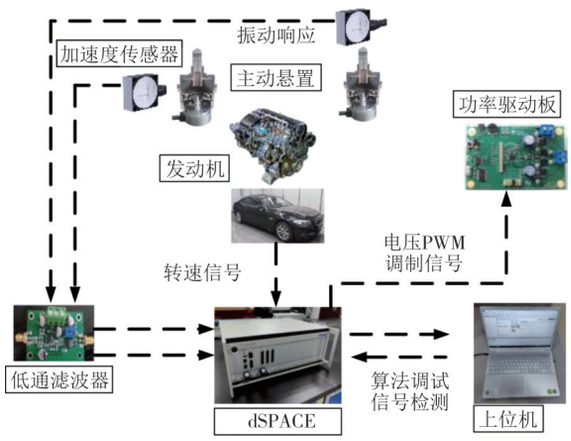
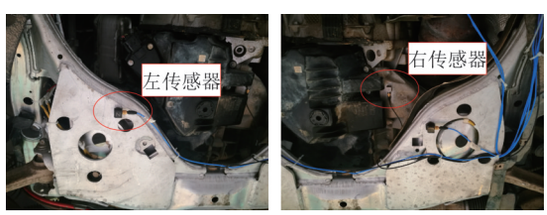


图 11 快速控制原型试验平台

Fig.11 Rapid control prototyping test platform



(a)左传感器 (b)右传感器

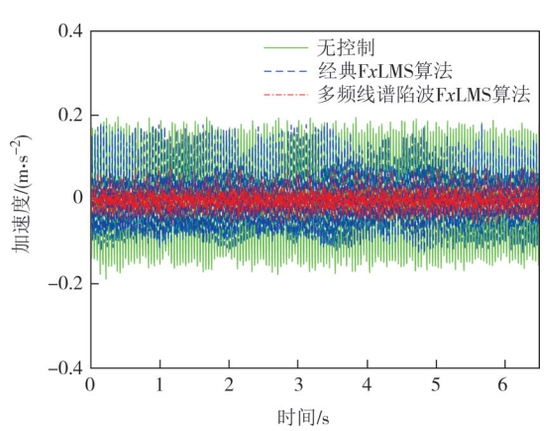
图 12 动力总成悬置系统左、右误差传感器布置图

Fig.12 Layout of left and right error sensors for the powertrain mounts

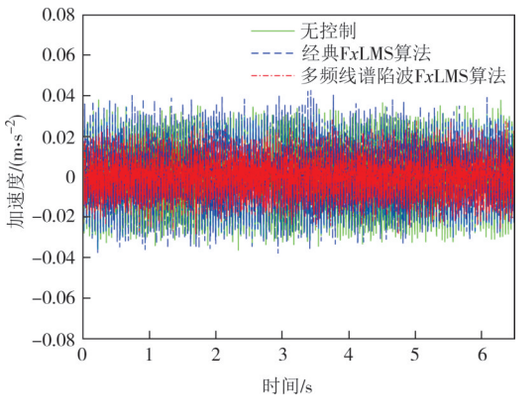
在设计上主要针对 2 阶和 4 阶进行控制,同时在控制过程中还要确保其他阶次的振动幅值不会显著增加.

怠速工况下无控制、经典 FxLMS 算法和多频线谱陷波 FxLMS 算法的时域信号如图 13 所示.可以看出本文所提算法在试验和仿真中显示了一致的控制趋势,所提算法可有效抑制多频线谱振动,且有着最好的抑制效果.

对于左误差传感器信号,相比无控制和传统 FxLMS 算法,本文优化算法控制后时域信号振幅有



(a)有无控制时左误差传感器时域信号对比



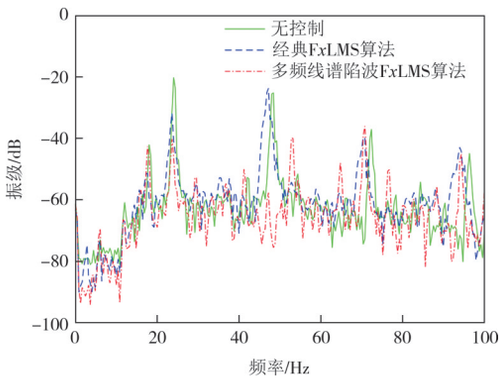
(b)有无控制时右误差传感器时域信号对比

图 13　怠速工况下时域信号对比

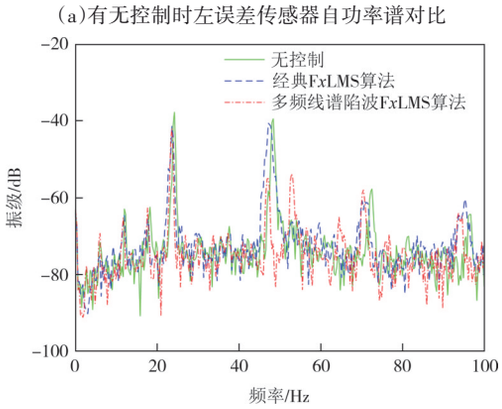
Fig.13　Comparison of time-domain signals at idling condition

明显降低,但左边比右边效果更明显,这是因为右边的振动在无控制时本就不大.以一段时间内加速度均方根值为指标进行定量分析,对于左误差传感器,怠速工况下无控制时的加速度均方根值为0.093 1 m/s^2,传统 FxLMS 算法控制时的加速度均方根值为0.066 0 m/s^2,本文优化算法控制时的加速度均方根值为0.021 4 m/s^2.对于右误差传感器,怠速工况下无控制时的加速度均方根值为0.013 5 m/s^2,传统 FxLMS 算法控制时的加速度均方根值为0.013 3 m/s^2,本文优化算法控制时的加速度均方根值为0.008 2 m/s^2.因此,应用本文优化算法时,相比无控制左、右误差传感器处加速度均方根值分别降低了 77.01% 和39.26%;相比于传统FxLMS算法左、右误差传感器处加速度均方根值分别降低了67.58%和38.35%.

发动机怠速为 700~750 r/min,即 2 阶为 23.3~25 Hz,4 阶为 46.6~50 Hz,对左、右误差传感器信号求取自功率谱后进行频域信号对比,如图 14 所示.因为本文所提算法是针对多阶次频率的陷波控制,所以可以在收敛更快的同时对被控阶次有着非常有效的抑制效果.但也可以看到阶次以外的部分频段相比经典 FxLMS算法会有微弱放大,但该部分幅值依然小于抑制后的最大幅值,即可在整体上提升乘客感受的平稳度.各阶次振动振级对比如图 15 所示,在左误差传感器处,本文优化算法相比无控制时在 2 阶和 4 阶两条线谱处分别降低了 16.84 dB 和34.45 dB;相比传统 FxLMS 在 2 阶和 4 阶两条线谱处分别降低了 6.34 dB 和 35.5 dB.在右误差传感器处,本文优化算法相比无控制时在 2 阶和 4 阶两条线谱处分别降低了 4.11 dB 和 12.84 dB;相比传统 FxLMS,在 2 阶线谱处振级相近,在 4 阶线谱处降低了 14.44 dB,在其他阶次也未见明显放大.



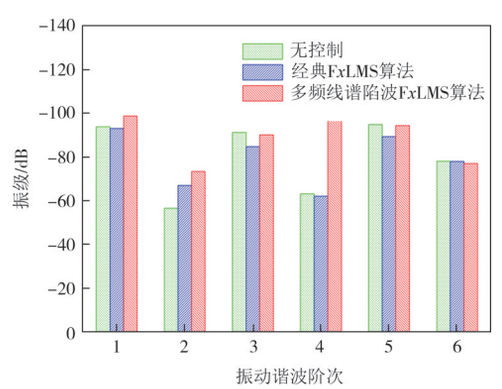
(a)有无控制时左误差传感器自功率谱对比



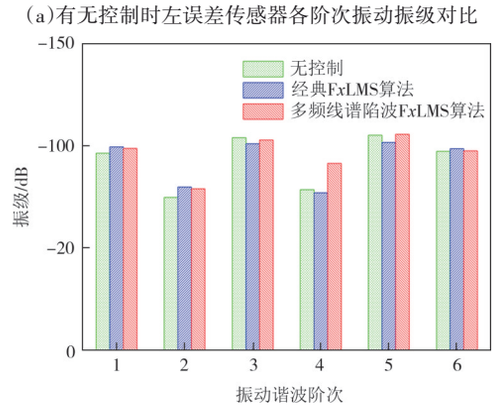
(b)有无控制时右误差传感器自功率谱对比

图 14　怠速工况下振动自功率谱

Fig.14　Self-power spectrum at idling condition



(a)有无控制时左误差传感器各阶次振动振级对比

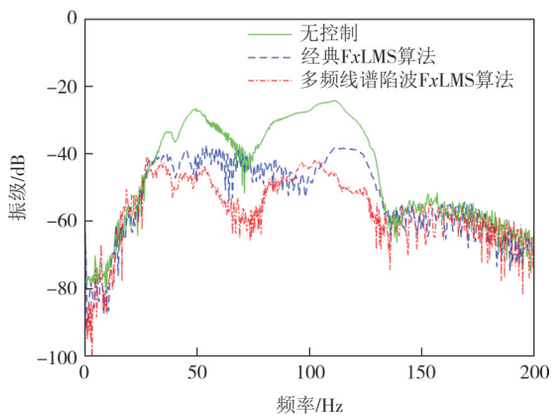


(b)有无控制时右误差传感器各阶次振动振级对比

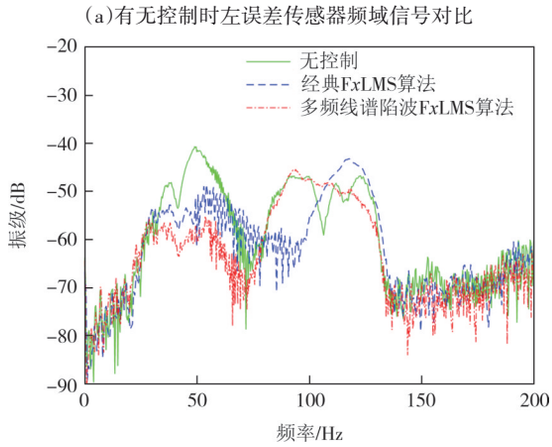
图 15　怠速工况下各阶次振动振级对比示意图

Fig.15　Schematic diagram of the comparison of vibration levels of each order vibration at idling condition

WOT工况是将发动机由怠速加速到4 000 r/min，采集全程左、右误差传感器处的振动加速度信号，并对测试数据求取自功率谱，对比如图16所示.



(a)有无控制时左误差传感器频域信号对比



(b)有无控制时右误差传感器频域信号对比

图16 定置上升工况下频域信号对比

Fig.16 Comparison of signals in the frequency domain under WOT condition

可以看出本文优化算法在试验中的表现和仿真的趋势一致，但没有仿真优化幅度那么大，这是因为仿真无法模拟动力总成系统的时变性和控制系统的时滞.在左误差传感器处，无控制时所关注频段内总振级为-9.5 dB，传统FxLMS算法控制时总振级为-21.7 dB，本文优化算法控制时总振级为-27.0 dB，该结果相比无控制时下降了17.5 dB，相比传统FxLMS下降了5.3 dB.在右误差传感器处，无控制时所关注频段内总振级为-28.2 dB，传统FxLMS算法控制时总振级为-30.5 dB，本文优化算法控制时总振级为-31.9 dB，该结果相比无控制时下降了3.7 dB，相比传统FxLMS下降了5.3 dB.但在90~110 Hz频段，本文所提算法出现了抑制效果一般的情况，这是因为该频段为主动悬置的共振区间，所以次级通道在该频段的时变性非常强，且难以被精确估计.而经典FxLMS算法采用白噪声辨识次级通道，其估计模型阶数更高，所以效果相对较好.

5 结 论

本文针对汽车动力总成的多频窄带振动特征提出了一种多频线谱陷波振动主动控制算法，通过仿真证明了算法的可行性，并基于dSPACE和实车开展快速控制原型试验，结果表明：

1)该算法能有效控制多个线谱的振动，并且相比经典FxLMS算法，收敛次数减少了6.5×10^{4}次(81.25%)，收敛稳态误差下降了15%，因此在动态变化工况下有着更好的振动控制效果.

2)在怠速工况下，左、右悬置误差传感器处的2阶和4阶2条线谱的振动均被有效抑制，最高降低了34.01 dB.

3)在WOT工况下，左、右悬置误差传感器处在所关注频段内总振级相比无控制时分别下降了17.5 dB和3.7 dB，相比于传统FxLMS分别下降了5.3 dB和1.4 dB.

这证明本文所提的控制算法能够满足汽车动力总成多阶频率、窄频带振动控制需求.此外，该方法在以阶次谐波振动为主的振动主动控制领域具有一定的推广价值，但如何针对次级通道时变特性所造成的控制偏差进行实时补偿，仍需要在未来研究中进行探讨.

参考文献

[1] QIN Y C, TANG X L, JIA T, et al. Noise and vibration suppression in hybrid electric vehicles: state of the art and challenges [J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2020, 124: 109782.

[2] 李汶哲，毛海宽，吕辉. 电动车动力总成悬置系统的可靠性分析方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版)，2023，50(4)：55-64.
LI W Z, MAO H K, LÜ H. A reliability analysis method for powertrain mounting systems of electric vehicles [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(4): 55-64. (in Chinese)

[3] SI Z Y, BAI X F, QIAN L J, et al. Principle and control of active engine mount based on magnetostrictive actuator [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2022, 35(1): 146.

[4] FALLAHI F, SHABANI R, REZAZADEH G, et al. A modified design for hydraulic engine mount to improve its vibrational performance [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical

Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2021, 235(23): 6724-6736.

[5] YÜCESAN A, MUGAN A T. Development and control of an active torsional vibration damper for vehicle powertrains [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2021, 235(3): 452-464.

[6] WANG P, FAN R L, XING Z Y, et al. Miniaturised structure design, modelling and simulation process for active engine mounts [J]. International Journal of Simulation and Process Modelling, 2021, 16(1): 66.

[7] KIM S H, PARK U H, KIM J H. Voice coil actuated (VCA) engine mount for vibration reduction in automobile [J]. International Journal of Automotive Technology, 2020, 21(3): 771-777.

[8] WU Q F, WANG P, FEI Z N, et al. Linearisation modelling and active performance simulation of active engine mounts with an oscillating coil actuator for automotive powertrain [J]. International Journal of Vehicle Design, 2021, 85(2/3/4): 178.

[9] AIKHUELE D O. Note on the modelling of the frequency response of an engine mount based on the engine vibration [J]. The European Physical Journal Plus, 2021, 136(7): 727.

[10] FAN R L, FEI Z N. Identification of dynamic parameters and frequency response properties of active hydraulic mount with oscillating coil actuator: theory and experiment [J]. Applied Sciences, 2022, 12(17): 8547.

[11] 李杰, 贾长旺, 成林海, 等. 脉冲路面下电动汽车主动悬架状态反馈 H_∞ 控制[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2022, 49(8): 12-20.
LI J, JIA C W, CHENG L H, et al. State feedback H_∞ control for active suspension of electric vehicles on pulse road[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2022, 49(8): 12-20. (in Chinese)

[12] ZHANG H H, SHI W K, KE J, et al. A review on model and control of electromagnetic active engine mounts [J]. Shock and Vibration, 2020(1): 4289281.

[13] FAN R L, WANG P, HAN C, et al. Summarisation, simulation and comparison of nine control algorithms for an active control mount with an oscillating coil actuator [J]. Algorithms, 2021, 14(9): 256.

[14] CHEN Z M, WANG H, LAI C G. Research on hierarchical control strategy of electromagnetic active mounting system [J]. International Journal of Vehicle Performance, 2021, 7(1/2): 41.

[15] BALAJI P S, KARTHIK SELVAKUMAR K. Applications of nonlinearity in passive vibration control: a review [J]. Journal of Vibration Engineering & Technologies, 2021, 9(2): 183-213.

[16] CHANG K J, PARK D C, LEE Y S. Active noise control using a body-mounted vibration actuator to enhance the interior sound of vehicle[J]. International Journal of Automotive Technology, 2022, 23(2): 327-333.

[17] CHENG Y B, GE P Y, CHEN S M, et al. A novel multi-gradient direction FxLMS algorithm with output constraint for active noise control [J]. INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, 2022, 264(1): 951-962.

[18] 祝慧敏, 付景顺, 乔赫廷. 发动机平衡轴壳体结构分析及优化[J]. 机械设计与制造, 2022(4): 253-257.
ZHU H M, FU J S, QIAO H T. Structural analysis and optimization of engine balance shaft shell [J]. Machinery Design & Manufacture, 2022(4): 253-257. (in Chinese)

[19] 刘少文, 王里达, 杨光林, 等. 基于MFXLMS算法的汽车发动机振动主动控制研究[J]. 汽车工程学报, 2023, 13(2): 210-217.
LIU S W, WANG L D, YANG G L, et al. Research on active mount vibration control for vehicle engines based on MFXLMS algorithm[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2023, 13(2): 210-217. (in Chinese)

[20] MITSCHKE M. Influence of the engine on the vehicle vibration [M]//The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks. London: CRC Press, 2021: 265-274.

[21] 潘道远, 高清振, 李宽路, 等. 汽车发动机悬置系统与悬架系统集成控制研究[J]. 机械设计与制造, 2022, 378(8): 12-17.
PAN D Y, GAO Q Z, LI K L, et al. Integrated control of vehicle engine mounting system and suspension system [J]. Machinery Design & Manufacture, 2022, 378(8): 12-17. (in Chinese)

[22] LI T, WANG M Q, HE Y Y, et al. Vehicle engine noise cancellation based on a multi-channel fractional-order active noise control algorithm[J]. Machines, 2022, 10(8): 670.