文章编号：1003-1421(2026)01-0173-14
引用格式：于秋波，王洪超，阎娟，等.基于客货共运的城市轨道交通列车运行计划编制研究[J].铁道运输与经济，2026，48(1)：173-186.
YU Qiubo，WANG Hongchao，YAN Juan，et al. Research on Train Operation Plan Formulation for Urban Rail Transit with Mixed Passenger and Freight Transport[J]. Railway Transport and Economy，2026，48(1)：173-186.

基于客货共运的城市轨道交通列车运行计划编制研究

于秋波[1]，王洪超[2]，阎　娟[3]，胡孝红[4,5]，黄麒铭[4]，卢广志[6]

(1.天津轨道交通运营集团有限公司 总经理办公室，天津　300392；2.天津轨道交通运营集团有限公司 调度指挥中心，天津　300392；3.天津轨道交通运营集团有限公司 技术研发管理部，天津　300392；4.西南交通大学 交通运输与物流学院，四川 成都　611756；5.中国铁路广州局集团有限公司 株洲站，湖南 株洲　412008；6.广州擎云计算机科技有限公司 总经理办公室，广东 广州　510663)

摘　要：随着电子商务快速发展和城市物流需求激增，传统道路货运面临严重拥堵和环境污染问题，利用城市轨道交通平峰时段冗余运力开展客货共运，成为提升运输效率的有效途径。针对这一问题，通过改进K-Medoids算法识别最优货运站点，将离散货流转化为车站OD矩阵，考虑列车时刻表、客货流加载及站台容量等约束，构建了基于客货共运的城市轨道交通列车运行计划优化模型，并设计遗传算法求解。以成都地铁1号线为案例的实证研究表明：与传统纯客运模式相比，在仅增加0.623 min乘客平均等待时间的情况下，额外完成了78.61%的货运任务；与固定时刻表客货共运模式相比，总运营成本降低21.27%，货运完成率提高32.78%。案例验证了城市轨道交通客货协同运输的可行性，为城市轨道交通资源高效利用提供了实践范式。

关键词：城市轨道交通；客货共运；列车运行计划；遗传算法；K-Medoids算法
中图分类号：U292.4　　**文献标识码**：A　　**DOI**：10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20250725002

Research on Train Operation Plan Formulation for Urban Rail Transit with Mixed Passenger and Freight Transport

YU Qiubo[1]，WANG Hongchao[2]，YAN Juan[3]，HU Xiaohong[4,5]，HUANG Qiming[4]，LU Guangzhi[6]

(1. General Manager Office, Tianjin Rail Transit Operation Group Co., Ltd., Tianjin 300392, China; 2. Dispatch and Command Center, Tianjin Rail Transit Operation Group Co., Ltd., Tianjin 300392, China; 3. Technology R&D Management Department, Tianjin Rail Transit Operation Group Co., Ltd., Tianjin 300392, China; 4. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, Sichuan, China; 5. Zhuzhou Railway Station, China Railway Guangzhou Group Co., Ltd., Zhuzhou 412008, Hunan, China; 6. General Manager Office, Guangzhou Qingyun Computer Technology Co., Ltd., Guangzhou 510663, Guangdong, China)

Abstract: With the rapid development of e-commerce and surging urban logistics demand, traditional road freight transport faces severe congestion and environmental pollution. Utilizing off-peak urban

收稿日期：2025-07-25　　**修订日期**：2025-12-01
通信作者：卢广志(1976—)，男，广东佛山人，广州擎云计算机科技有限公司总经理办公室高级工程师。
基金项目：国家重点研发计划项目(2022YFB4300502)；国家自然科学基金项目(52172321)；四川省科技创新人才项目(2024JDRC0020)；四川省科技计划项目(2025YFHZ0328)；服务科学与创新四川省重点实验室开放课题(KL2422)；广州市重点研发计划项目(202206030007)

rail transit capacity for mixed passenger-freight transport has become an effective solution to improve transport efficiency. To address this issue, an improved K-Medoids algorithm was employed to identify optimal freight stations, transforming discrete freight flows into station OD matrices. By considering constraints such as train operation timetable, passenger-freight flow loading, and platform capacity, a train operation plan optimization model for urban rail transit with mixed passenger-freight transport was developed and solved using a genetic algorithm. A case study on Chengdu Metro Line 1 demonstrates that compared with the traditional passenger-only transport mode, the proposed approach achieves 78.61% additional freight completion with only a 0.623 min increase in average passenger waiting time. Compared with fixed-schedule passenger-freight co-transportation, total operating costs decrease by 21.27%, and freight completion rate improves by 32.78%. The results verify the feasibility of urban rail transit with mixed passenger-freight transport, providing a practical paradigm for efficient urban rail transit resource utilization.

Keywords: Urban Rail Transit; Mixed Passenger and Freight Transport; Train Operation Plan; Genetic Algorithm; K-Medoids Algorithm

0　引言

为应对电商物流增长带来的道路拥堵与污染，利用城市轨道交通非高峰时段的冗余运力进行客货协同运输，是发展绿色高效物流的有效途径。然而，客运的固定模式与货运的零散需求存在显著差异，使得运行计划优化更为复杂，需协同考虑列车编组、时刻表和装卸站点。因此，必须构建客货流协同优化模型，通过动态调整运行计划，在保障客运服务的前提下最大化货运效率。

在城市客货共运模式研究领域，Ezquerro 等[1]、Masson 等[2]探讨了客货共享交通站点和集运设施的可行性，指出该模式能有效整合城市空间资源，减少货运车辆数量；Hörsting 等[3]、Mazzarino 等[4]研究了共享公共交通服务的稳健性，验证了其在公交、地铁等系统中的适用性。Ye 等[5]、Jia 等[6]分别研究了固定与灵活装载方式及发车间隔的影响，但均未充分考虑客流动态变化；潘寒川等[7]、Di 等[8]将时刻表与流量分配协同优化，虽提升了能效却难以平衡乘客优先级；而邸振等[9]提出地铁非高峰时段货运方式选择模型，实现了客运绝对优先条件下的货运效率优化；戚建国等[10]进一步提出灵活编组条件下的客货协同优化模型，在保证客运服务质量的同时显著降低了运营成本；Hu 等[11-12]聚焦于系统扩展性，针对不确定需求建立了机会约束规划方法。综上，既有研究对客货服务优先级与效率的协同优化不足，难以兼顾乘客体验与货运效益；同时，传统方法对高维非线性约束的处理及编组-时刻表协同优化机制亦有待完善。

在列车运行计划优化研究领域，周文梁等[13]、邓连波等[14]建立了开行方案与运行图协同优化范式，分别采用双层规划模型和运力协调度指标。徐瑜婷[15]、孟宇坤等[16]构建了多线路协同框架，提出基于客流密度的安全分级模型以增强大客流适应性。赵杰等[17]研究了虚拟灵活编组下的运行图自动编制，通过定义编解状态变量优化发车间隔。在模型算法层面，李思杰等[18]通过改进遗传算法提升列车周转率；Wang 等[19]将列车调度与车底运用联合建模，验证了节能与资源利用的协同效益；钟林环等[20]提出灵活编组协同优化模型，采用变邻域搜索算法协同优化开行频率与时刻表；杨安玉[21]从低碳角度优化大小交路模式，并以麻雀算法验证减排效果。米雷等[22]针对客货共运场景提出了时空冲突消解机制。综上，既有研究在客货共运场景中，对货物装卸作业时效性约束的精细化处理尚有不足，现有方法对装卸时间与停站时长的动态匹配关系考虑较为简化；同时，面对货运需求的动态变化，车厢资源灵活调配机制仍有优化空间。

鉴于此，提出一种客货共运的列车运行计划优化方法。通过改进 K-Medoids 算法识别最优货运站点，将离散货流转化为车站 OD 矩阵，并构建融合时刻表与编组方案的混合整数非线性规划模型。该模型引入弹性时刻表机制，在满足运营约束下实现货运与停站时间的精准匹配。为高效求解，设计融合聚类分析的遗传算法，通过实数编码等策略处理车厢资源调配与多目标优化的复杂性。

1　问题描述

1.1　城市轨道交通货运站点

线路情况图如图1所示，以1条有n个车站的城市轨道交通线路为研究对象，2个方向独立运行，互不干扰。选取其中上行方向进行研究，定义该方向上任一车站$s \in S$，其中$S = \{1, 2, \cdots, n\}$为车站集合；定义线路上任一开行列车$k \in K$，其中$K = \{1, 2, \cdots, |K|\}$为列车集合。本研究聚焦高附加值货物运输场景，如城市快递、同城快件和商业物品配送等轻量级货物。定义货运需求集合为I，每个需求$i \in I$包含属性$(x_i(x_{i1}, x_{i2}), s_i^o, s_i^d, t_i, P_i)$，其中$x_i(x_{i1}, x_{i2})$为货运需求点$i$坐标，$s_i^o$为距离货运需求点$i$最近的车站，$s_i^d$为货运需求$i$的目的地站，$t_i$为货运需求$i$产生的时刻，$P_i$为货运需求$i$的快运箱数量。现假设在时刻$t$，车站1，2，3分别有待运往终点站$n$的货运需求$i_{(x_1, 1, n, t, P_1)}$，$i_{(x_2, 2, n, t, P_2)}$，$i_{(x_3, 3, n, t, P_3)}$。传统方案需同时启用3个车站的货运设施，即分别从车站1，2，3装车运输至终点，这种方案存在重复性装卸作业导致边际效率递减，离散货流分布造成单程装载率偏低，难以形成规模经济效益，多点位设施运维成本呈线性增长。因此，基于站点需求集聚度与服务能力评估，提出优化方案：仅启用车站2作为货运站点，将车站1和3的货运需求通过前端运输集中至车站2后运送至终点站n。

1.2　城市轨道交通时刻表弹性调整

利用城市轨道交通开展货物运输服务，货物装卸作业需严格限制在列车停站时间窗内完成，这要求待运货物必须在列车到达前完成站台集结。客货流加载示意图如图2所示，图中两相邻列车k，$k+1 \in K$，3个依时序到达的离散货运需求i，$i+1$，$i+2 \in I$。在时刻表固定场景下，假设列车k和列车$k+1$均有空闲运力提供货物运输服务，当货运需求i的到达时刻晚于列车k的发车时刻时，货运需求i将被滞留在车站内与后续到达的货运需求$i+1$共同装载至列车$k+1$。而如果引入时刻表弹性调整机制，将列车k的发车时刻调整至货运需求i到达时刻之后，即可实现货运需求i的即时装载，解决车站货运需求i的滞留问题。初始方案中列车k在车站的上车人数为3人，货运需求为0个快运箱，列车$k+1$在车站的上车人数为4人，货运需求为2个快运箱。经时刻表优化后，列车k的到站时刻延迟且停站时间延长，列车k在该车站的上车人数增加为4人，货运需求为1个快运箱，列车$k+1$的上车人数减为3人，货运需求为1个快运箱。这一调整实现了运力资源的均衡分配，使两列车的客货运输任务分配更加合理。

假设3个货运需求i，$i+1$，$i+2$均需15 s装卸时间，且车站乘客上下车标准作业时间为30 s。初始方案中，列车$k+1$需同时完成需求i和$i+1$的装载以及需求$i+2$的卸载，总作业时间达45 s，虽与乘客上下车同时进行，仍需额外增加15 s停站时间。通过优化列车k的运行时刻，将需求i调整至列车k完成装载，使其在30 s标准停站时间内即可完成货物装卸；同时列车$k+1$的作业内容简化为仅处理需求$i+1$和$i+2$，总装卸时间为30 s，与乘客上下车时间充分匹配，无需延长停站时间。因此，通过将货运需求合理分配至多列具有空闲运力的列车，使货物装卸时间尽可能在既有停站时间内，减小时刻表调整幅度。

综上，研究问题可描述为：在城市轨道交通网络化运营背景下，客流峰谷时段运力供需失衡导致平峰期运能冗余，而道路货运系统则面临过饱和问题。为此，提出利用城市轨道交通平峰时段剩余运力开展货物运输，以提高设施利用效率并缓解道路

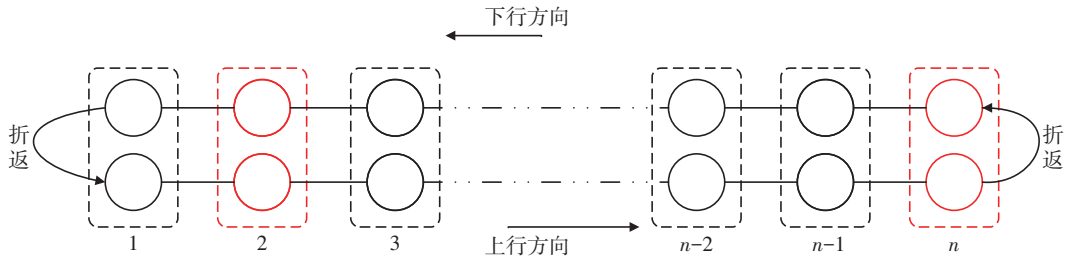


图1　线路情况图

Fig.1　Line condition

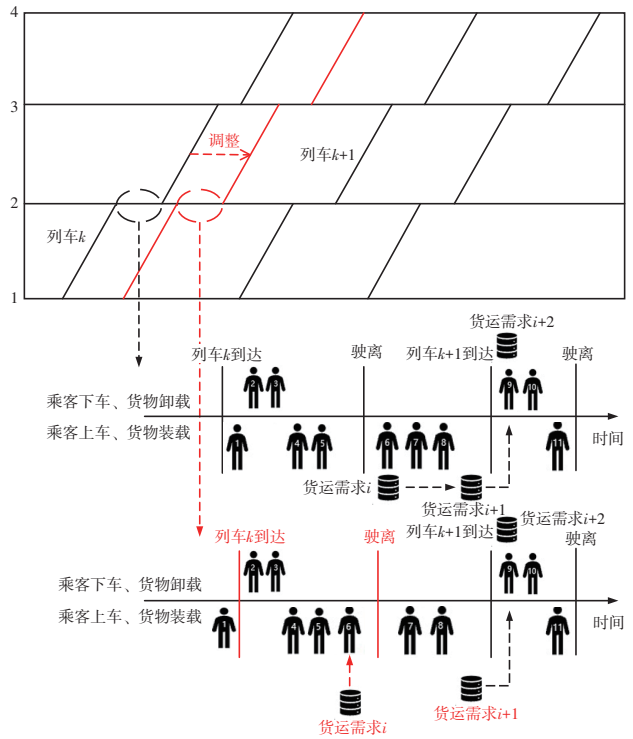


图2　客货流加载示意图

Fig.2　Passenger and freight flow loading

货运压力。通过构建基于客货共运的城市轨道交通列车运行计划优化模型，以列车时刻表和编组类型为决策变量，综合考虑车站容量、列车容量、运行时间及货物装卸时空等约束，实现货运需求的合理分配。重点解决货物装卸与列车停站时间的协调问题，优化运力配置，在保障客运服务质量的前提下，提高列车满载率，降低货运对系统运行的影响。

2　基于客货共运的城市轨道交通列车运行计划优化模型

2.1　基本假设

假设1：所有列车车厢均具备客货两用功能，规定乘客与货物必须分置于不同车厢。

假设2：不考虑货运服务导致的客流损失，货运作业仅允许在线路空闲时段弹性安排。

假设3：仅限预设的货运站点开展货物运输作业，所有货物装卸耗时恒定。

假设4：遵循“先卸后装”的作业序列原则，实行先到先服务的调度机制。

2.2　目标函数

本模型旨在优化货物运输效率的同时最小化对乘客出行的影响。F_1为乘客等待时间成本，元；F_2为总运营成本，元，包含列车运营成本、车站货运设施改造成本以及货物延误成本；F_3为货物前端运输成本，元。F_1通过各离散时段内候车人数与对应时段长度的乘积累加计算。F_2中列车运营成本取决于所选车厢类型的运营费用，车站货运设施改造成本c_h涵盖货物运输系统维护、装卸作业及仓储空间配置等费用，货物延误成本则考虑实际运输延误和未运输2种情况。对于在t时刻OD$(s,\ s')$的货运需求，设定期望到达s'站的时刻阈值$\tau_{ss't}$，在此时刻前到达不产生延误成本；未满足的货运需求通过虚拟列车变量$y^0_{ss't}$进行量化，其惩罚系数M_h显著高于运输延误惩罚系数$\alpha_{ss't}$。F_3取决于货物前端运输的走行距离。目标函数F为乘客等待时间成本、总运营成本与货物前端运输成本的加权之和，即

$$\min F = \omega_1 \cdot F_1 + \omega_2 \cdot F_2 + \omega_3 \cdot F_3 \tag{1}$$

$$\min F_1 = \sum_{t\in T}\sum_{s\in S} u^{w}_{s,\ t} \cdot \delta \cdot \theta_P \tag{2}$$

$$\min F_2 = \sum_{k\in K}(m - m^h_k)\cdot c_{\text{cost}} + \sum_{k\in K} m^h_k \cdot c^h_{\text{cost}} + r \cdot c_h + \sum_{ss't\in D_h}\left[M_h \cdot y^0_{ss't} + \alpha_{ss't}\sum_{k\in K\wedge t^a_{k,\ s'}\geqslant\tau_{ss't}\wedge t\leqslant t^d_{k,\ s}}\left(t^a_{k,\ s'} - \tau_{ss't}\right)\cdot y^k_{ss't}\right] \tag{3}$$

$$\min F_3 = \theta_f \cdot \sum_{j\in J}\sum_{i\in I} d(x_i,\ m_j) \tag{4}$$

式中：ω_1，ω_2，ω_3为目标函数的权重系数；T为离散时间集合，$T=\left\{t_0+n\delta \middle| n\in\mathbb{N},\ 0\leqslant n\leqslant\frac{t_1-t_0}{\delta}\right\}$；$t_0$为研究时段开始时刻；$t_1$为研究时段结束时刻；$\delta$为离散时间长度，min；$t$为时段标识；$S$为车站集合，$s$为车站索引，$S=\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$，其中，1为列车起点站，$n$为列车终点站；$u^{w}_{s,\ t}$为$t$时刻在车站$s$的乘客等待数，人；$\theta_p$为乘客单位时间等待时间成本费用，元/min；$K$为列车集合，$k$为列车索引，$K=\{1,\ 2,\ \cdots,\ k\}$；$m$为列车的车厢数，节；$m^h_k$是整数决策变量，为列车$k$的货运车厢数，节；$c_{\text{cost}}$，$c^h_{\text{cost}}$分别为单节客运、货运车厢投入运营的成本，元/节；$Q$为货运站点集合，$Q\subseteq S$，$Q=\{s^r\}$，$s^r$为作为货运站点的车站；$r$为货运站点数量，个；$c_h$为车站货运设施改造成本，元/个；$D_h$为货运站点间的货运需求OD集合；$ss't$为货运需求索引，即在$t$时刻OD$(s,\ s')$的货运需求，个；$M_h$为未运输货物的惩罚系数；

$y^0_{ss't}$为在t时刻OD(s，s')的货运需求分配给虚拟列车0的货物箱数，个；$\alpha_{ss't}$为被运输货物的延误惩罚系数；$\tau_{ss't}$为在t时刻OD(s，s')的货运需求期望到达s'站的时刻；$t^a_{k,\,s'}$是整数决策变量，为列车k到达车站s'的时刻；$t^d_{k,\,s}$是整数决策变量，为列车k从车站s出发的时刻；$y^k_{ss't}$为在t时刻OD(s，s')的货运需求分配给列车k的货物数量，个；θ_f为货物前端运输的单位距离费用，元/km；J为簇中心集合，$J=\{1,\,2,\,\cdots,\,j\}$；I为货运需求集合，$I=\{1,\,2,\,\cdots,\,i\}$；$d(x_i,\,m_j)$为货物前端运输的走行距离，km；$x_i(x_{i1},\,x_{i2})$为货运需求点坐标；$m_j(m_{j1},\,m_{j2})$为簇中心坐标。

2.3　约束条件

2.3.1　列车运行约束

公式(5)至(6)为相邻列车在同一车站的发车间隔约束；公式(7)为列车到达时刻与前一车站出发时刻的依赖关系；公式(8)为列车发车时刻，为到达时刻与停站时间之和；$\beta_{k,\,s,\,t}$表征列车离站状态，其取值在列车离站后恒为1，其非递减特性见公式(9)；$\varepsilon_{k,\,s,\,t}$用于标识列车离站时刻，与$\beta_{k,\,s,\,t}$的关系见公式(10)；公式(11)为列车离开车站时刻的辅助变量与列车出发时刻的耦合关系；$\sigma_{k,\,s,\,t}$为列车在站的有效乘车时间指示变量，与列车离站状态的关联关系见公式(12)；公式(13)基于乘客平均上下车时间、客流规模和客运车厢数计算客运需求停站时间；公式(14)根据快运箱装卸效率、作业量和货运车厢数确定货运停站时间；公式(15)规定实际停站时间取客货运作业停站时间的最大值，并满足预设的上下界约束。

$$h_k = t^d_{k+1,\,s} - t^d_{k,\,s} \qquad \forall k \in K,\ \forall s \in S \tag{5}$$

$$h^{\min} \leqslant h_k \leqslant h^{\max} \qquad \forall k \in K \tag{6}$$

$$t^a_{k,\,s} = \begin{cases} t^a_{k,\,s} & s = 1 \\ t^d_{k,\,s-1} + t^r_{k,\,s-1} & \forall s \in S\backslash\{1\} \end{cases} \qquad \forall k \in K \tag{7}$$

$$t^d_{k,\,s} = t^a_{k,\,s} + t^{dw}_{k,\,s} \qquad \forall s \in S,\ \forall k \in K \tag{8}$$

$$\beta_{k,\,s,\,t} \geqslant \beta_{k,\,s,\,t-1} \qquad \forall k \in K,\ \forall s \in S\backslash\{n\},\ \forall t \in T \tag{9}$$

$$\varepsilon_{k,\,s,\,t} = \beta_{k,\,s,\,t} - \beta_{k,\,s,\,t-1} \qquad \forall k \in K,\ \forall s \in S\backslash\{n\},\ \forall t \in T \tag{10}$$

$$t^d_{k,\,s} = \sum_{t \in T} \varepsilon_{k,\,s,\,t} \cdot t \qquad \forall k \in K,\ \forall s \in S\backslash\{n\} \tag{11}$$

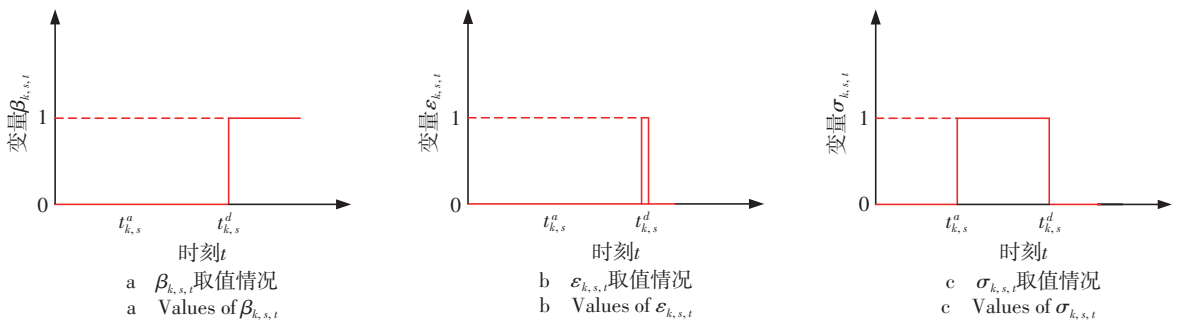
$$\sigma_{k,\,s,\,t} = \begin{cases} 1-\beta_{k,\,s,\,t} & k=1 \\ \beta_{k-1,\,s,\,t}-\beta_{k,\,s,\,t} & k\neq 1 \end{cases} \qquad \forall s\in S\backslash\{n\},\ \forall t\in T \tag{12}$$

$$t^{dw1}_{k,\,s} = \varphi^p \cdot \left(z^{al}_{k,\,s} + z^{bo}_{k,\,s}\right)/(m - m^h_k) \qquad \forall k \in K,\ \forall s \in S\backslash\{n\} \tag{13}$$

$$t^{dw2}_{k,\,s} = \varphi^h \cdot \left(y^{al}_{k,\,s} + y^{bo}_{k,\,s}\right)/m^h_k \qquad \forall k \in K,\ \forall s \in S\backslash\{n\} \tag{14}$$

$$h^{\min}_{dw} \leqslant t^{dw}_{k,\,s} = \max\left\{t^{dw1}_{k,\,s},\ t^{dw2}_{k,\,s}\right\} \leqslant h^{\max}_{dw} \qquad \forall k \in K,\ \forall s \in S\backslash\{n\} \tag{15}$$

式中：h_k为车头时距，s/辆；$h^{\min}$，$h^{\max}$为列车最小，最大发车间隔，s；$t^r_{k,\,s}$为列车k在车站s和$s+1$间的运行时间，s；$t^{dw}_{k,\,s}$为列车k在车站s的停站时间，s；$\beta_{k,\,s,\,t}$为0–1辅助决策变量，辅助决策变量取值情况如图3所示，其中$\beta_{k,\,s,\,t}$取值情况如图3a所示，当列车k从车站s出发后，即$t \geqslant t^d_{k,\,s}$时，$\beta_{k,\,s,\,t}=1$，否则$\beta_{k,\,s,\,t}=0$；$\varepsilon_{k,\,s,\,t}$为0–1辅助决策变量，$\varepsilon_{k,\,s,\,t}$取值情况如图3b所示，当列车k在t时刻从车站s出发时，即$t=t^d_{k,\,s}$时，$\varepsilon_{k,\,s,\,t}=1$，否则$\varepsilon_{k,\,s,\,t}=0$；$\sigma_{k,\,s,\,t}$为0–1辅助决策变量，$\sigma_{k,\,s,\,t}$取值情况如图3c所示，当列车$k$在车站$s$停站时，即$t \in \left[t^a_{k,\,s},\ t^d_{k,\,s}\right]$时，$\sigma_{k,\,s,\,t}=1$，否则$\sigma_{k,\,s,\,t}=0$；$t^{dw1}_{k,\,s}$，$t^{dw2}_{k,\,s}$分别为列车$k$在车站$s$的客运、货运作业停站时间，s；$\varphi^p$，$\varphi^h$分别为单个乘客、快运箱上下车所需要的时间，s；$z_{ss't}$为在$t$时刻OD($s$，$s'$)新增的客运量，人；$z^{bo}_{k,\,s}$，$z^{al}_{k,\,s}$分



a　$\beta_{k,s,t}$取值情况
a　Values of $\beta_{k,s,t}$

b　$\varepsilon_{k,s,t}$取值情况
b　Values of $\varepsilon_{k,s,t}$

c　$\sigma_{k,s,t}$取值情况
c　Values of $\sigma_{k,s,t}$

图3　辅助决策变量取值情况

Fig.3　Values of auxiliary decision variables

别为列车k在车站s的上、下乘客量，人；$y_{k,\,s}^{al}$，$y_{k,\,s}^{bo}$分别为列车k在车站i的装、卸货物量，个；$h_{dw}^{\min}$，$h_{dw}^{\max}$分别为列车在车站的最小和最大停站时间，s。

2.3.2　客货流加载约束

公式(16)至(17)建立了客运需求与上下车客流的数学关联，确保乘客在到站后能够即时乘降；公式(18)建立了列车离站时载客量与车站上下车客流的动态平衡关系；公式(19)为客流连续性约束，严格限定乘客等待人数仅出现在相邻列车发车与到达的时间间隔内；公式(20)确保所有货运需求均被完全分配，其中无法满足的部分通过虚拟列车变量进行量化；公式(21)建立了列车离站时快运箱数量与车站装卸作业量的动态平衡关系；公式(22)、公式(23)为列车在车站s的装货、卸货数量。

$$z_{k,\,s}^{bo}=\sum_{t\in\left[t_{k-1,\,s}^{d},\,t_{k,\,s}^{d}\right]}\sum_{s'\in[s+1,\,n]}z_{ss't}\qquad\forall k\in K,\ \forall s\in S\backslash\{n\}\tag{16}$$

$$z_{k,\,s}^{al}=\sum_{s'\in[1,\,s-1]}\sum_{t\in\left[t_{k-1,\,s'}^{d},\,t_{k,\,s'}^{d}\right]}z_{s'st}\qquad\forall k\in K,\ \forall s\in S\backslash\{n\}\tag{17}$$

$$z_{k,\,s}^{on}=\begin{cases}z_{k,\,s}^{al} & s=1\\ 0 & s=n\\ z_{k,\,s-1}^{on}-z_{k,\,s}^{al}+z_{k,\,s}^{bo} & \text{其他}\end{cases}\qquad\forall k\in K\tag{18}$$

$$u_{s,\,t}^{w}=\sum_{s'\in[s+1,\,n]}\sum_{k\in K}\sum_{t\in\left[t_{k-1,\,s}^{d},\,t_{k,\,s}^{d}\right]}z_{ss't}\cdot(1-\sigma_{k,\,s,\,t})\qquad\forall s\in S\backslash\{n\},\ \forall t\in T\tag{19}$$

$$y_{ss't}^{0}+\sum_{k\in K\wedge t_{k,\,s}^{d}\geqslant t}y_{ss't}^{k}=y_{ss't}\qquad\forall ss't\in D_h\tag{20}$$

$$y_{k,\,s}^{on}=\begin{cases}y_{k,\,s}^{bo} & s=1\\ y_{k,\,s-1}^{on} & s\notin Q,\ s\neq\{1\}\\ y_{k,\,s-1}^{on}-y_{k,\,s^q}^{al}+y_{k,\,s^q}^{bo} & s\in Q\backslash\{1\}\\ 0 & s=n\end{cases}\qquad\forall k\in K\tag{21}$$

$$y_{k,\,s}^{bo}=\begin{cases}\sum_{t\in T}\sum_{s'\in[s+1,\,n]}y_{ss't}^{k}\cdot\sigma_{k,\,s,\,t} & s\in Q\\ 0 & s\notin Q\end{cases}\qquad\forall k\in K\tag{22}$$

$$y_{k,\,s}^{al}=\begin{cases}\sum_{t\in T}\sum_{s'\in[1,\,s-1]}y_{s'st}^{k}\cdot\sigma_{k,\,s,\,t} & s\in Q\\ 0 & s\notin Q\end{cases}\qquad\forall k\in K,\ s\neq\{1\}\tag{23}$$

式中：$z_{k,\,s}^{on}$为列车k离开车站s时车上的乘客数，人；$y_{ss't}$为t时刻OD(s，s')新增的货运量，个；$y_{k,\,s}^{on}$为列车k离开车站s时车上的货物数量，个。

2.3.3　运输能力约束

公式(24)量化了不同类型车站的站台货物数量；公式(25)确保各站点的货物暂存量不得超过最大仓储快运箱数c_s^h；公式(26)规定货运车厢配置数量不得超过列车总编组容量；公式(27)规定列车离站时的实际载客量不得超过其额定客运能力上限；公式(28)确保列车离站时的实际货运量始终不超过其最大货运容量；公式(29)为货运站点改造数量约束，规定改造既有客运车站作为货运站点的总数不得超过预设上限R。

$$f_{s,\,t}^{w}=\begin{cases}\sum_{s'\in[2,\,n]}\sum_{k\in K}\sum_{t\in\left[t_{k-1,\,s}^{d},\,t_{k,\,s}^{d}\right]}y_{ss't}\cdot(1-\sigma_{k,\,s,\,t})-\sum_{s'\in[2,\,n]}\sum_{k\in K}y_{ss't}^{k}\cdot\sigma_{k,\,s,\,t} & s\in Q,\ s=1\\ f_{s,\,t-1}^{w}+\sum_{s'\in[s+1,\,n]}\sum_{k\in K}\sum_{t\in\left[t_{k-1,\,s}^{d},\,t_{k,\,s}^{d}\right]}y_{ss't}\cdot(1-\sigma_{k,\,s,\,t})-\sum_{s'\in[s+1,\,n]}\sum_{k\in K}y_{ss't}^{k}\cdot\sigma_{k,\,s,\,t} & s\in Q/\{1\}\\ 0 & s\notin Q\end{cases}\qquad\forall t\in T\tag{24}$$

$$f_{s,\,t}^{w}\leqslant c_s^h\qquad\forall s\in Q,\ \forall t\in T\tag{25}$$

$$m_k^h\leqslant m\qquad\forall k\in K\tag{26}$$

$$z_{k,\,s}^{on}\leqslant(m-m_k^h)\cdot A\qquad\forall k\in K,\ \forall s\in S\tag{27}$$

$$y_{k,\,s}^{on}\leqslant m_k^h\cdot B\qquad\forall k\in K,\ \forall s\in S\tag{28}$$

$$r\leqslant R\tag{29}$$

式中：$f_{s,\,t}^{w}$为t时刻在车站s的货物数量，个；c_s^h为车站s作为货运站点可容纳的最大货物数量，个；A为单节车厢能容纳的最大乘客数，人；B为单节车厢能装载的最大货物数，个；R为最大货运站点改造数量，个。

3　算法设计

该优化模型属于大规模混合整数非线性规划问题，传统精确算法及商业求解器难以适用。遗传算法(Genetic Algorithm，GA)通过种群进化、交叉、变异等操作实现全局搜索，能够有效平衡探索与开发过程。基于研究问题的特征，设计了一种融合改进K-Medoids聚类的遗传算法，算法流程如图4所示。

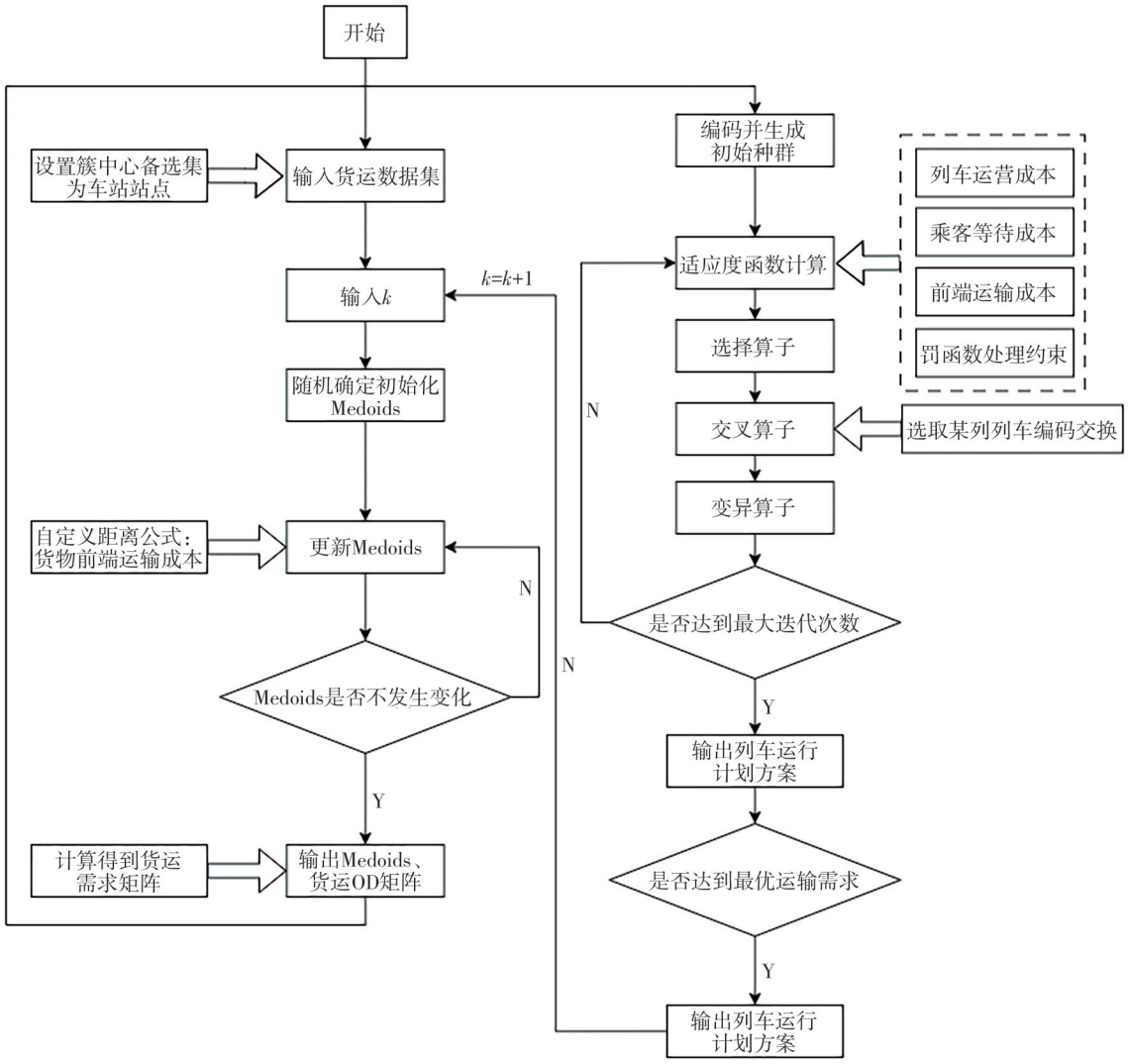


图4　算法流程

Fig.4　Algorithm flow

3.1　改进K-Medoids聚类方法

K-Medoids聚类算法的核心思想是基于距离度量将样本集划分为若干簇，并以实际数据点作为簇中心。算法实现步骤如下。

（1）数据输入。将货运需求点和城市轨道车站数据按格式“需求点坐标、货运量、需求时间戳”设置，车站节点的货运量和时间戳初始化为1和0，以车站集合为候选中心集，随机选取k个节点作为初始Medoids进行聚类分析。

（2）距离度量公式。各数据点依据距离度量公式被划分至最近的Medoid所对应的簇。因簇中心范围明确且需规避异常值干扰，在欧几里得距离的基础上结合货物前端运输特征优化距离度量方法。假设$x_i(x_{i1},\ x_{i2})$为货运需求点坐标，$m_j(m_{j1},\ m_{j2})$为簇中心坐标，v_i为x_i处的货运需求量。具体距离度量公式如下。

$$d\left(x_i,\ m_j\right)=v_i\cdot\sqrt{(x_{i1}-m_{j1})^2+\left(x_{i2}-m_{j2}\right)^2} \tag{30}$$

（3）更新Medoids。每次迭代中，对每个簇从其候选中心集合中选取非当前Medoid的站点替换现有Medoid，计算各替换方案的系统总代价，选择使总代价最小的候选点作为新Medoid，循环执行直至Medoid集合收敛或达到最大迭代次数。

$$Totalcost=\sum_{m_j\in cluster}d(x_i,\ m_j) \tag{31}$$

（4）得到货运站点选择方案和车站货流OD。基于K-Medoids聚类确定的最终Medoids作为车站货流OD起讫点，将货运需求点按所属簇归类，并

按时间戳t汇总货运量至相应车站，生成t时刻维度为$k \times k$的车站货运需求OD矩阵。

3.2　遗传算法

遗传算法适用于高维、非线性或离散优化问题的求解，其算法实现步骤如下。

（1）染色体编码方式。通过变量筛选精简后，采用始发时刻、停站时间、编组数量及车厢数量构建编码方案。鉴于这些变量均为整型参数，采用实数编码表示，每条染色体对应一个列车时刻表与编组方案，其序列由各列车运行过程依次组成。染色体编码方式如图5所示。

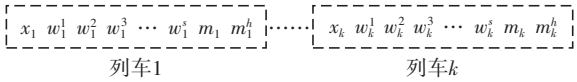


图5　染色体编码方式

Fig.5　Chromosome encoding scheme

其中x_k为第k列车的始发时刻，$x_k \in T$；w_k^s为列车k在车站s的停站时间，$w_k^s \in W = \{w_{\min}, w_2, \cdots, w_{\max}\}$；$m_k$为列车$k$的车厢总编组数量，$m_k \in M = \{m_{\min}, m_2, \cdots, m_{\max}\}$；$m_k^h$为列车$k$的货运车厢编组数量，$m_k^h \in M^h = \{m_{\min}^h, m_2^h, \cdots, m_{\max}^h\}$。

（2）初始化种群的生成。为避免随机初始解导致货流与停站时间、车厢安排冲突，提出基于最短停站时间的逆推生成方法：以最小停站时间为基准，根据客货流需求逐步调整。初始解的生成过程如下。

步骤1：为每趟列车在每个车站设置最短停站时间$w_{\min}$，根据列车的发车间隔h以及给定的第一趟列车始发时刻，生成初始时刻表。

步骤2：加载客流或货流需求。在早晚高峰时段固定采用大编组客运列车，并将货运需求顺延至后续非高峰列车；平峰及低峰时段的列车编组数量则从预设集合M，M^h中随机选取，根据实时需求总量确定编组规模m_k，m_k^h，未满足需求自动顺延至后续列车执行运输任务。

步骤3：检查停站时间是否满足需求。逐列检查各站停站时间w_k^s是否满足客货运需求，对存在冲突的车站计算所需延长时间$w_k^s - w_{\min}$，并根据$t_{k,\,s+1}^a = t_{k,\,s}^a + w_k^s + t_{k,\,s}^r$同步调整该列车后续站点到发时刻及后续列车始发时刻，确保满足最小列车间隔约束条件。

步骤4：通过上述求解过程生成的基因序列构成1个可行解，作为初始种群的1个染色体λ。

步骤5：迭代执行上述流程，对染色体编码结构进行解构重组，针对多列车编组单元实施位点交换操作，以此构建具备多样性的初始种群集合。

（3）适应度函数构造。染色体编码表征列车运行计划，通过适应度函数评估解空间性能。按照公式(32)改写目标函数及约束条件，得到适应度辅助函数如公式(33)所示。

$$\begin{aligned} &\min f(x) \\ &\text{s.t.} \quad \begin{aligned} &g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, 2, \cdots, m \\ &h_j(x) = 0 \qquad j = 1, 2, \cdots, l \end{aligned} \end{aligned} \tag{32}$$

$$F(x) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \cdot \left[\max(0, -g_i(x))\right]^2 + \sum_{j=1}^{l} \beta_j \cdot h_j(x)^2 \tag{33}$$

通过倒数转换建立目标函数与适应度的反向关联，即

$$F(\lambda) = \frac{1}{f(x) + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \cdot \left[\max(0, -g_i(x))\right]^2 + \sum_{j=1}^{l} \beta_j \cdot h_j(x)^2} \tag{34}$$

（4）选择操作。在进化算法框架中，种群初始化后需建立基于适应度评估的选择机制。采用轮盘赌法进行算子选择，个体遗传保留的概率$prob(\lambda_i)$为

$$prob(\lambda_i) = f(\lambda_i) / \sum_{i=1}^{pop_size} f(\lambda_i) \tag{35}$$

式中：$f(\lambda_i)$为个体λ_i的适应度值；pop_size为种群的个体总数。

基于概率分布公式计算各候选解的选取概率及累积概率分布，生成[0，1)均匀随机数序列与概率区间匹配，确定入选下一代种群的优质解集。

（5）交叉操作。在遗传算法迭代过程中，随机选取双亲染色体中特定列车运行计划编码单元，对选定区段进行基因序列互换，确保子代染色体满足约束条件。交叉操作如图6所示。

（6）变异操作。在进化算法优化过程中，为克

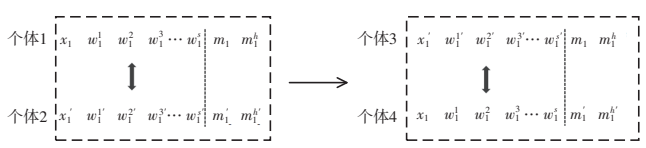


图6　交叉操作

Fig.6　Crossover operation

服种群过早收敛于次优解的问题，基因突变机制发挥着关键作用。变异的具体操作如下。

步骤1：设置变异概率p。

步骤2：对种群中随机数生成值小于变异概率的染色体个体执行变异操作。

步骤3：采用随机选择机制对染色体基因实施变异操作：当选中列车始发时刻x_k基因时，在(x_k, x_{k+1})区间内随机生成新值并同步调整相关停站时间；若编组数量m_k，m_k^h基因被选中，则从预设编组集合M，M^h中随机选取新值进行替换。

步骤4：终止条件设定为，当所有满足随机数小于变异概率的染色体均完成基因变异后，当前变异环节终止。

（7）终止条件。当算法迭代次数达到预设最大值时终止计算过程，输出当前方案作为最终优化结果。

4　案例分析

4.1　案例背景

以成都地铁1号线下行方向(科学城—韦家碾)为研究对象，线路全长36.8 km，设33座车站，车站布局及线路走向如图7所示。OD客流数据取自成都地铁1号线2018年4月AFC系统记录的10:00:00—16:00:00平峰时段数据，经清洗处理后得到该时段内各时刻的OD客流数据；货运需求数据以菜鸟驿站为代理变量，通过高德地图API获取1号线站点4 km范围内1 644个货运需求点的空间坐标数据。快运箱数量区间设为[1，30]，货运发生时间戳t通过编程软件的random.randint()函数在[1，180]区间随机生成，经处理后得到该时段内各时刻的OD货流数据。根据成都地铁1号线平峰期实际运营情况，设置列车发车间隔变化区间为[300 s，600 s]，最小停站时间为30 s，停站时间集合$W=\{30\text{ s}, 60\text{ s}, 90\text{ s}, 120\text{ s}\}$，车厢总编组数量集合$M=\{6\}$，货运车厢编组数量集合$M^h=\{0, 1, 2, 3\}$。关键参数设置如表1所示。由于篇幅限制，具体客流和货流数据以及列车区间运行时分信息在此不列出。

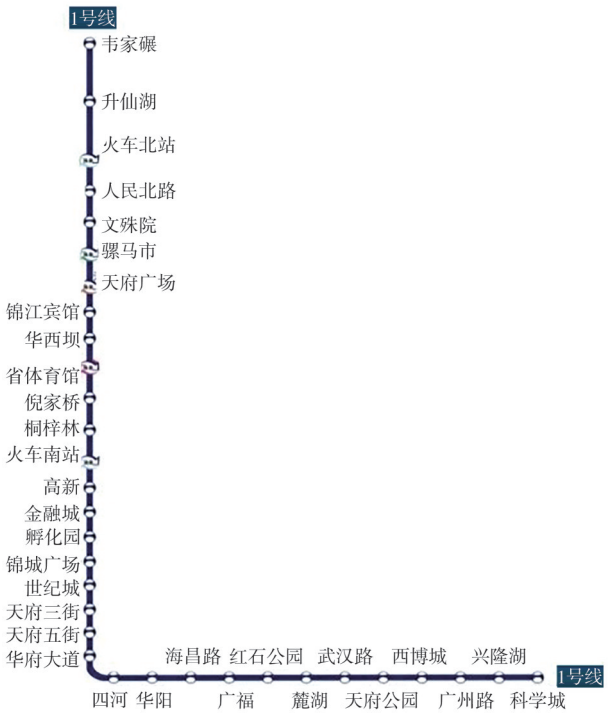


图7　车站布局及线路走向

Fig.7　Station layout and route alignment

4.2　计算结果

4.2.1　优化结果分析

采用编程软件求解模型，设置K-Medoids的初始k值为5，求解得到货运站点数量$k=12$。遗传算法参数包括种群规模100、交叉概率0.7、变异概率0.05及最大迭代次数1 000。遗传算法迭代图如图8所示，实验结果表明，算法在约900次迭代后趋于收敛，计算耗时6 312 s，获得近似最优解236 415.284元，案例求解结果如表2所示。

采用实数编码的遗传算法，最终求解得到弹性时刻表客货共运模式下的列车运行计划如表3所示，弹性时刻表客货共运模式下的列车编组方案如表4所示，其中L-P-T为纯客运列车，5P-F-T为5节客运+1节货运的列车，4P-2F-T为4节客运+2节货运的列车，3P-3F-T为3节客运+3节货运的列车。

表1　关键参数设置

Tab.1　Key parameter configuration

参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值
θ_p/(元/min)	0.5	ω_2	0.1	c_{cost}/(元/节)	1 000	c_s^h/个	200	φ^p/s	2	B/个	60
θ_f/(元/km)	10	ω_3	0.3	c_{cost}^h/(元/节)	1 500	M_h/(元/个)	80	φ^h/s	5	R/个	15
ω_1	0.6	δ/min	0.5	c_h/(元/个)	5 000	$\alpha_{ss'}$/(元/min)	40	A/人	240		

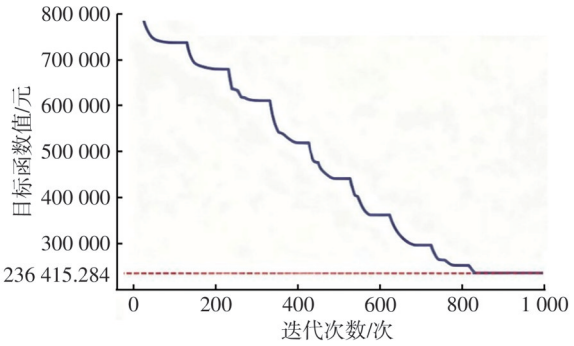


图8　遗传算法迭代图

Fig.8　Genetic algorithm iteration diagram

表2　案例求解结果

Tab.2　Case study solution results

目标函数值 F/元	乘客总等待时间成本 F_1/元	总运营成本 F_2/元	货物前端运输总成本 F_3/元	货运站点数量 k/个
236 415.284	273 043	553 919	57 325.28	12

表3　弹性时刻表客货共运模式下的列车运行计划

Tab.3　Train operation plan under flexible timetable for mixed passenger and freight transport

列车序号	始发时刻	终到时刻	列车序号	始发时刻	终到时刻
1	10:00:00	11:17:30	21	12:24:00	13:33:30
2	10:06:00	11:27:30	22	12:32:30	13:42:00
3	10:11:30	11:32:30	23	12:40:00	13:49:30
4	10:19:30	11:38:30	24	12:48:00	13:57:30
5	10:28:00	11:45:00	25	12:56:30	14:06:00
6	10:37:00	11:53:00	26	13:03:00	14:12:30
7	10:47:00	11:57:00	27	13:08:30	14:24:30
8	10:55:00	12:04:30	28	13:15:00	14:37:30
9	11:01:30	12:11:00	29	13:23:30	14:47:00
10	11:07:00	12:16:30	30	13:32:30	14:56:30
11	11:12:00	12:21:30	31	13:41:30	15:05:30
12	11:18:30	12:28:00	32	13:51:30	15:15:30
13	11:24:00	12:33:30	33	13:57:00	15:20:00
14	11:29:00	12:48:30	34	14:04:30	15:28:30
15	11:36:30	13:00:00	35	14:12:30	15:33:30
16	11:44:30	13:05:30	36	14:21:30	15:39:00
17	11:53:00	13:12:30	37	14:30:00	15:43:30
18	11:56:30	13:16:30	38	14:39:00	15:48:30
19	12:06:00	13:22:30	39	14:44:00	15:53:30
20	12:16:00	13:27:30	40	14:50:00	15:59:30

弹性时刻表客货共运模式下的列车运行图如图9所示，弹性时刻表客货共运模式下的货流OD完成情况如图10所示，货流完成比例为78.61%。

图9显示客货共运模式下，货运站点的列车停站时间延长使运行线呈前疏后密特征，同时在纯客运与客货混编列车混跑区段，运行线呈现前密后疏以确保运行安全。表4显示平峰时段(10:00:00—16:00:00)下行方向共开行40列6编组列车，包括17列纯客运列车和23列客货混编列车，货运车厢共39节。因货运需求量大且分布均匀，客货混编列车占比较高，列车客运车厢配置应基于时段最大客运需求，在客流密集时段优先开行纯客运列车，客流平稳时段则利用空闲运力组织客货混编运输。

4.2.2　不同运营模式对比分析

为进一步验证基于客货共运的城市轨道交通列车运行计划优化方法的有效性，将优化结果分别与固定编组纯客运模式及固定时刻表客货共运模式进行对比，评估不同运营模式对城市轨道交通系统性能的影响差异。

（1）固定编组纯客运模式。为评估客货共运模式对城市轨道交通系统的影响，通过去除模型中货流加载相关约束条件，求解得到的固定编组纯客运模式下的列车运行图如图11所示。分析表明，平峰时段由于客流需求较低，列车开行频率相应减少，运行线分布均匀；与客货共运模式相比，2种方案均呈现前半段发车密度高于后半段的特征，与客流时空分布规律相符。

（2）固定时刻表客货共运模式。在既有时刻表下开展客货协同运输，结合客货流加载和运输能力相关约束求解在固定时刻表客货共运模式下的结果。固定发车间隔为7 min，停站时间30 s，同样考虑开行40趟列车，求解得到的固定时刻表客货共运模式下的列车编组方案如表5所示，其中共有10列纯客运大编组列车，30列不同车厢分配的客货共运列车，货运车厢数为44节。固定时刻表客货共运模式下的货流OD完成情况如图12所示，完成比例为45.84%。与表4和图10结果对比可以看出，在弹性时刻表模式下，货运能力上限取决于列车总运力与客流规模，而固定时刻表方案无法充分利用列车运力资源且受货物装卸时间制约，导致货运效率低下。

（3）对比分析。综上所述，不同运营模式结果对比分析如表6所示。可以看出，相较于固定编组纯客运模式，弹性时刻表客货共运模式在仅增加0.623 min乘客平均等待时间和8.123%运营成本的情况下，实现了78.61%的货运需求完成率；与固定时刻表客货共运模式相比，该方案在乘客平均等待

表4　弹性时刻表客货共运模式下的列车编组方案

Tab.4　Train formation plan under flexible timetable for mixed passenger and freight transport

列车序号	列车编组	列车序号	列车编组	列车序号	列车编组	列车序号	列车编组
1	5P–F–T	11	L–P–T	21	L–P–T	31	5P–F–T
2	4P–2F–T	12	L–P–T	22	L–P–T	32	5P–F–T
3	4P–2F–T	13	L–P–T	23	L–P–T	33	5P–F–T
4	4P–2F–T	14	3P–3F–T	24	L–P–T	34	4P–2F–T
5	5P–F–T	15	3P–3F–T	25	L–P–T	35	4P–2F–T
6	4P–2F–T	16	4P–2F–T	26	L–P–T	36	5P–F–T
7	L–P–T	17	4P–2F–T	27	4P–2F–T	37	5P–F–T
8	L–P–T	18	4P–2F–T	28	4P–2F–T	38	L–P–T
9	L–P–T	19	4P–2F–T	29	5P–F–T	39	L–P–T
10	L–P–T	20	L–P–T	30	5P–F–T	40	L–P–T

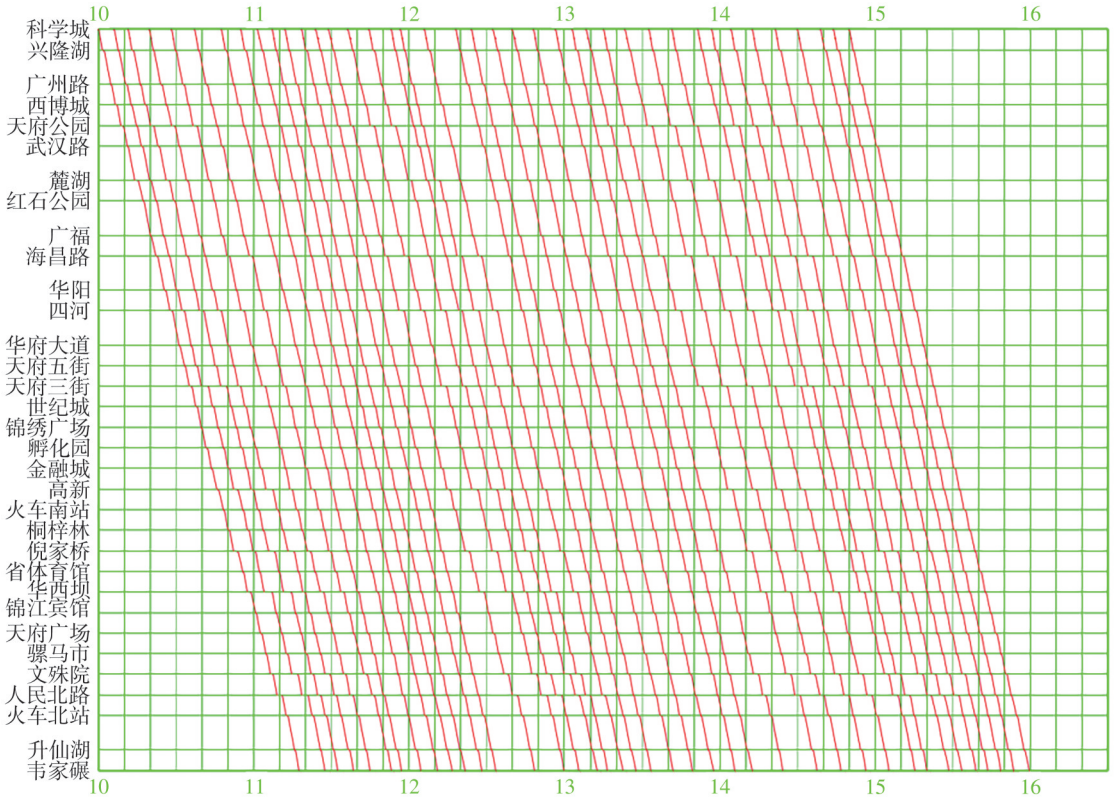


图9　弹性时刻表客货共运模式下的列车运行图

Fig.9　Train working diagram under flexible timetable for mixed passenger and freight transport

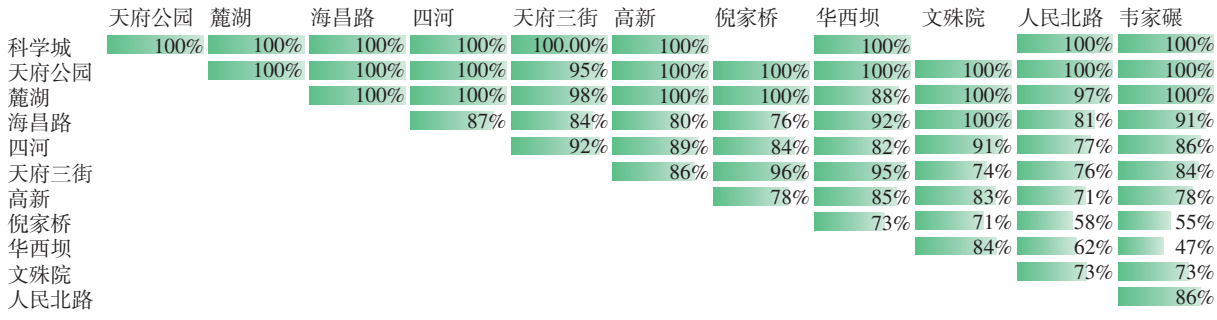


图10　弹性时刻表客货共运模式下的货流OD完成情况

Fig.10　Freight OD fulfillment under flexible timetable for mixed passenger and freight transport

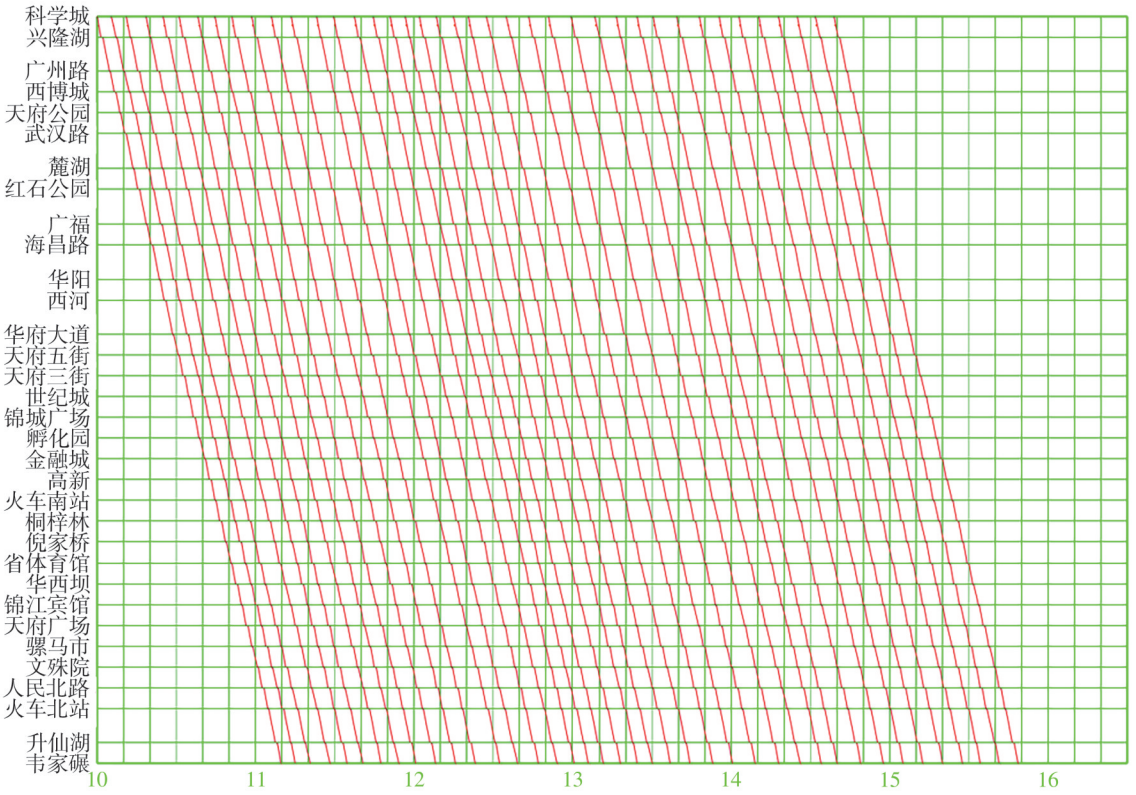


图11　固定编组纯客运模式下的列车运行图

Fig.11　Train working diagram under fixed-formation passenger-only transport mode

表5　固定时刻表客货共运模式下的列车编组方案

Tab.5　Train formation plan under fixed timetable for mixed passenger and freight transport

列车序号	列车编组	列车序号	列车编组	列车序号	列车编组	列车序号	列车编组
1	4P-2F-T	11	L-P-T	21	5P-F-T	31	5P-F-T
2	5P-F-T	12	L-P-T	22	5P-F-T	32	5P-F-T
3	4P-2F-T	13	5P-F-T	23	L-P-T	33	5P-F-T
4	4P-2F-T	14	5P-F-T	24	L-P-T	34	4P-2F-T
5	5P-F-T	15	4P-2F-T	25	L-P-T	35	4P-2F-T
6	4P-2F-T	16	4P-2F-T	26	L-P-T	36	4P-2F-T
7	5P-F-T	17	4P-2F-T	27	5P-F-T	37	5P-F-T
8	5P-F-T	18	5P-F-T	28	4P-2F-T	38	L-P-T
9	L-P-T	19	5P-F-T	29	4P-2F-T	39	L-P-T
10	L-P-T	20	5P-F-T	30	3P-3F-T	40	L-P-T

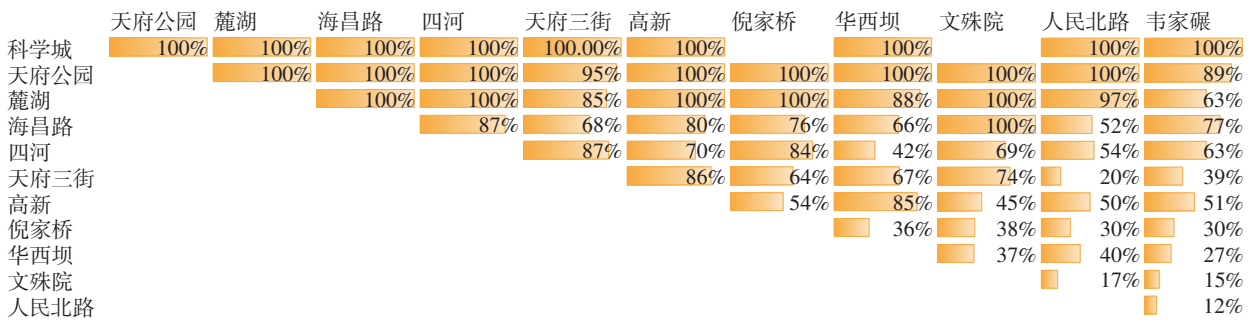


图12　固定时刻表客货共运模式下的货流OD完成情况

Fig.12　Freight OD fulfillment under fixed timetable for mixed passenger and freight transport

表6　不同运营模式结果对比分析

Tab.6　Comparative analysis of different operation modes

方案	乘客等待时间/min	列车运营成本/元	总运营成本/元
弹性时刻表客货共运模式	546 086	259 500	553 919
固定编组纯客运模式	439 486	240 000	240 000
固定时刻表客货共运模式	476 693	262 000	703 540

时间仅增加0.405 min且无二次等待的同时，显著降低总运营成本21.27%，提升货运完成率32.78%，大幅提高系统运输效率。

5　结束语

通过构建客货共运的列车运行计划优化模型，验证了利用城市轨道交通平峰时段冗余运力开展货物运输的可行性与显著效益，为解决城市物流“最后一公里”难题提供了创新思路，为轨道交通系统多元化经营与资源高效利用开辟了新路径。未来研究可结合大小交路模式，利用大交路列车开展中长距离货运，以提高车底周转效率并减少对乘客出行体验的影响。同时，可扩展至多线路网络化场景，综合考虑换乘客流对客货共运的影响，并探索动态需求响应机制，进一步提升运输方案的精准性和适应性。

参考文献：

[1] EZQUERRO S，ALONSO B，MOURA J L. Sharing Bus Stops：An Efficient Use of Public Spaces[J]. Journal of Cleaner Production，2021，294：126282.

[2] MASSON R，TRENTINI A，LEHUÉDÉ F，et al. Optimization of a City Logistics Transportation System with Mixed Passengers and Goods[J]. EURO Journal on Transportation and Logistics，2017，6(1)：81-109.

[3] HÖRSTING L，CLEOPHAS C. Scheduling Shared Passenger and Freight Transport on a Fixed Infrastructure[J]. European Journal of Operational Research，2023，306(3)：1158-1169.

[4] MAZZARINO M，BRAIDOTTI L，ROYO B，et al. Innovative Technologies and Systems for Urban Mobility：The Case of Padua[M]. Cham：Springer Nature，2023.

[5] YE Y T，GUO J H，YAN L X. A Mixed Decision Strategy for Freight and Passenger Transportation in Metro Systems[J]. Computational Intelligence and Neuroscience，2021，2021：5412016.

[6] JIA Y F. Optimization Model of Urban Rail Transit Train Schedule Considering Passenger-Freight Coordination Transportation[J]. Management Science and Engineering，2023，12(2)：201-217.

[7] 潘寒川，陆俊波，胡　华，等. 客货混运下的城轨时刻表与流量控制协同优化研究[J]. 交通运输系统工程与信息，2023，23(2)：187-196.

[8] DI Z，YANG L X，SHI J G，et al. Joint Optimization of Carriage Arrangement and Flow Control in a Metro-Based Underground Logistics System[J]. Transportation Research Part B：Methodological，2022，159：1-23.

[9] 邸　振，曹楚悦，肖妍星. 考虑货运方式和客运硬时间窗的地铁客货共车运输优化[J]. 交通运输工程与信息学报，2024，22(1)：150-159.
DI Zhen，CAO Chuyue，XIAO Yanxing. Train-Shared Metro Passenger and Freight Co-Transportation Optimization Considering Freight Modes and Passenger Hard Time Windows[J]. Journal of Transportation Engineering and Information，2024，22(1)：150-159.

[10] 戚建国，周厚盛，杨立兴，等. 灵活编组条件下轨道交通客货协同运输方案优化[J]. 交通运输系统工程与信息，2022，22(2)：197-205.
QI Jianguo，ZHOU Housheng，YANG Lixing，et al. Optimization Methods of Combined Passenger and Freight Transportation Based on Flexible Train Composition Mode[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2022，22(2)：197-205.

[11] HU W J，DONG J J，HWANG B G，et al. A Preliminary Prototyping Approach for Emerging Metro-Based Underground Logistics Systems：Operation Mechanism and Facility Layout[J]. International Journal of Production Research，2021，59(24)：7516-7536.

[12] HU W J，DONG J J，YANG K，et al. Network Planning of Metro-Based Underground Logistics System Against Mixed Uncertainties：A Multi-Objective Cooperative Co-Evolutionary Optimization Approach[J]. Expert Systems with Applications，2023，217：119554.

[13] 周文梁，史　峰，陈　彦，等. 客运专线网络列车开行方案与运行图综合优化方法[J]. 铁道学报，2011，33(2)：1-7.
ZHOU Wenliang，SHI Feng，CHEN Yan，et al. Method of Integrated Optimization of Train Operation Plan and Diagram for Network of Dedicated Passenger Lines[J]. Journal of the China Railway Society，2011，33(2)：1-7.

[14] 邓连波，曾　强，高　伟，等. 基于弹性需求的城市轨道交通列车开行方案研究[J]. 铁道学报，2012，34(12)：16-25.
DENG Lianbo，ZENG Qiang，GAO Wei，et al. Research on Train Plan of Urban Rail Transit with Elastic Demand[J]. Journal of the China Railway Society，2012，34(12)：16-25.

[15] 徐瑜婷. 城市轨道交通多线路列车运行计划协同优化编制方法研究[D]. 北京：北京交通大学，2014.

[16] 孟宇坤，钱广民，常　利，等. 基于客流匹配的城市轨道交通列车运行图优化研究[J]. 铁道运输与经济，2024，46(9)：185-194.
MENG Yukun，QIAN Guangmin，CHANG Li，et al. Optimization of Urban Rail Transit Train Diagram Based on Passenger Flow Matching[J]. Railway Transport and Economy，2024，46(9)：185-194.

[17] 赵　杰，李晓刚，刘永壮，等. 考虑虚拟灵活编组的城轨列车运行图编制方法[J]. 铁道运输与经济，2025，47(9)：135-145.
ZHAO Jie，LI Xiaogang，LIU Yongzhuang，et al. Scheduling Method for Train Working Diagram Considering Flexible Train Composition with Virtual Coupling Technology[J]. Railway Transport and Economy，2025，47(9)：135-145.

[18] 李思杰，徐瑞华，杨儒冬. 基于运力协调的城市轨道交通网络列车运行计划优化[J]. 东南大学学报(自然科学版)，2017，47(5)：1048-1054.
LI Sijie，XU Ruihua，YANG Rudong. Optimizing Urban Rail Transit Network Operation Plans Based on Transport Capacity Coordination[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition)，2017，47(5)：1048-1054.

[19] WANG Y H，LIAO Z B，TANG T，et al. Train Scheduling and Circulation Planning in Urban Rail Transit Lines[J]. Control Engineering Practice，2017，61：112-123.

[20] 钟林环，徐光明，邓连波，等. 面向灵活编组的城轨列车开行频率与时刻表综合优化[J]. 交通运输工程与信息学报，2024，22(2)：104-115.
ZHONG Linhuan，XU Guangming，DENG Lianbo，et al. Integrated Optimization of Train Frequency and Timetable for Urban Railway Trains for Flexible Train Composition[J]. Journal of Transportation Engineering and Information，2024，22(2)：104-115.

[21] 杨安玉. 低碳视角下城市轨道交通列车交路运行方案优化研究[J]. 铁道运输与经济，2025，47(2)：110-118，160.
YANG Anyu. Optimization of Train Routing Operation Scheme of Urban Rail Transit from the Perspective of Low Carbon[J]. Railway Transport and Economy，2025，47(2)：110-118，160.

[22] 米　雷，卢亚菡，杨立兴，等. 客货混运下高铁运行图与货物配装方案协同优化[J]. 控制与决策，2025，40(1)：308-316.
MI Lei，LU Yahan，YANG Lixing，et al. Integrated Optimization of the Train Timetable and Freight Allocation on Shared Freight and Passenger High Speed Railway System[J]. Control and Decision，2025，40(1)：308-316.

(责任编辑　刘宁馨)