

DOI: 10.3969/j.issn.1671-0673. 2026. 02. 005

一种利用 ESPRIT 的线阵 DOA 与极化参数联合估计

杨 森, 崔毓函, 黄东华, 张一帆, 胡德秀

(信息工程大学, 河南 郑州 450001)

摘要: 针对线性极化敏感阵列多参数联合估计中计算复杂度高的问题, 提出一种基于旋转不变子空间 (ESPRIT) 算法的二维波达方向 (DOA) 和极化参数联合估计算法。首先, 构建由极化敏感阵列组成的均匀线阵 (ULA) 模型, 通过对接收数据的协方差矩阵进行特征分解, 将信号子空间划分成 5 类子阵; 然后, 基于旋转不变特性, 分别利用其中两组子阵的相位差闭式求解俯仰角, 另 3 组子阵比值的相位差直接推导方位角, 实现方向参数的独立解算; 最后, 完成极化参数的闭式估计。算法避免了传统多维谱峰搜索与迭代操作, 运算量显著降低, 保证了实时性。实验结果表明, 该算法除极化幅度角外, 其他参数估计精度均优于降维 MUSIC 与 Ratio-ESPRIT 算法, 且计算效率显著优于降维 MUSIC 算法。

关键词: DOA 估计; 极化参数估计; 极化敏感阵列; 均匀线阵; 旋转不变子空间

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1671-0673(2026)02-0161-08

A Joint Estimation of DOA and Polarization Parameters for Linear Arrays Based on ESPRIT

YANG Sen, CUI Yuhuan, HUANG Donghua, ZHANG Yifan, HU Dexiu

(Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: To address the issue of high computational complexity in joint multi-parameter estimation for linear polarization-sensitive arrays, an ESPRIT-based algorithm is proposed for the joint estimation of two-dimensional direction of arrival (DOA) and polarization parameters. First, a uniform linear array (ULA) model composed of polarization-sensitive arrays is constructed. By performing eigenvalue decomposition on the covariance matrix of the received data, the signal subspace is divided into five sub-arrays. Based on the rotational invariance property, elevation angles are then obtained in closed form using the phase differences from two of the sub-arrays, while azimuth angles are derived directly from the phase differences of the ratios among the other three sub-arrays. Independent estimation of directional parameters is thereby achieved. Finally, closed-form estimation of the polarization parameters is achieved. Traditional multi-dimensional spectral-peak searches and iterative operations are avoided by using the algorithm, which significantly reduces the computational load and ensures real-time performance. Experimental results show that the estimation accuracies of all parameters are higher by using the proposed algorithm than those of the reduced-dimension MUSIC algorithm and the Ratio-ESPRIT algorithm except that of the polarization amplitude angle, while its computational efficiency is significantly superior to that of the reduced-dimension MUSIC algorithm.

收稿日期: 2025-11-28; 修回日期: 2026-01-19

作者简介: 杨 森 (2001—), 男, 硕士生, 主要研究方向为无源定位。E-mail: 2268489789@qq.com

Key words: DOA estimation; polarization parameters estimation; polarization-sensitive array; uniform linear array (ULA); estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT)

波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计是阵列信号处理领域的核心问题,在雷达目标跟踪、无线通信波束成形及电子侦察等场景中具有重要应用价值^[1-4]。随着电磁环境的日益复杂,电磁干扰技术的不断发展,标量阵列因信息维度有限往往易受多径效应、极化干扰等因素的影响,导致分辨力下降和估计误差增大^[5-6]。极化敏感阵列作为一种新型阵列结构,通过将极化信息与空域信息融合,具有较强的空域滤波能力和参数估计性能。目前,极化敏感阵列已广泛应用于通信、无线电和导航领域^[7-8]。

得益于极化敏感阵列的优异性能,一些基于传统标量阵列的DOA估计算法已经应用到极化敏感阵列,衍生出许多DOA与极化参数联合估计的算法^[9-12]。例如,文献[13]基于正交偶极子设计了极化多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法;文献[14]基于极化敏感阵列提出了牛顿迭代法的四维联合参数快速估计算法。除了方阵,基于稀疏拉伸式的L型阵列也有良好的参数估计性能^[15],提高了阵列孔径。这些算法均是针对面阵设计的DOA估计优化算法。但在现代电子战中,此类面阵依赖特定孔径大小和阵元数量来保证角度估计精度,成本和复杂度较高,需要较大资源代价才能获取二维DOA信息,而全极化敏感矢量传感器的一维排布方式将会有更高的灵活性,可显著简化系统。

极化敏感线阵的一维拓扑性导致其获取空间参数维度有限,传统的正交偶极子阵列无法实现二维DOA估计。例如,Wang等^[16]利用旋转不变子空间(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法设计了均匀线阵的DOA和频率联合估计算法;Zhang等^[17]改进了MUSIC算法,通过降维减小复杂度,实现一维DOA与极化参数的联合估计;为避免谱峰搜索,文献[18]提出的模值约束Root-MUSIC算法进一步降低了计算复杂度;为了提高阵列虚拟孔径数量,文献[19]提出了互质极化敏感阵列的降维快速估计算法。Lan等^[20]将降维MUSIC(Reduced-Dimension MUSIC, RD-MUSIC)算法应用到一维极化敏感线阵中,虽改进了传统的四维搜索方法,但其二维搜索带来的复杂度依然很高。尽管这些算法采用的均为极化敏感线阵,但无法同时满足二维DOA信息

获取与低复杂度的要求。

针对以上问题,本文提出基于线性极化敏感阵列的二维DOA快速估计算法,旨在通过不同方向的偶极子天线的相位关系实现多参数的解耦运算。近年来,极化敏感阵列的研究热点主要是面阵、稀疏阵等结构^[15,19],这些算法虽提升了精度和自由度,但需要更大的布阵空间和阵元资源,与线阵的结构特性存在差异。相比之下,针对线性极化敏感阵列的二维DOA估计研究相对有限,其中线阵降维MUSIC算法^[20]与线阵Ratio-ESPRIT算法^[21]是解决该问题的代表性工作,因此本文将同时与这两种算法进行对比。不同于Ratio-ESPRIT算法,本文算法改进阵列流形信号的子空间分解策略,将其划分为5个子阵,俯仰角和方位角依赖线阵的多重旋转不变性,分别从相位关联子阵和轴向偶极子响应矩阵中解算,最终实现极化参数的闭式解估计。相较于基于极化敏感线阵的降维MUSIC算法,本文算法规避了谱峰搜索与迭代优化,降低了算法复杂度。此外,相较于基于交叉偶极子的线阵Ratio-ESPRIT算法^[21],本文算法在DOA估计精度上显著优于该算法。因此,本文算法在获取二维DOA信息的同时,实现了相关参数的高精度估计。

1 阵列结构与信号模型

接收天线阵列模型如图1所示。该阵列共由 L 个极化敏感阵元组成,每个极化敏感阵元由3个正交偶极子组成,总共有 $3L$ 个元素。每个极化敏感阵元的中心均匀分布在 Z 轴上,相邻两个阵元之间的间隔为 δ ,工作波长为 λ ,为了避免角度模糊问题, δ 满足 $\delta \leq \lambda/2$ 。

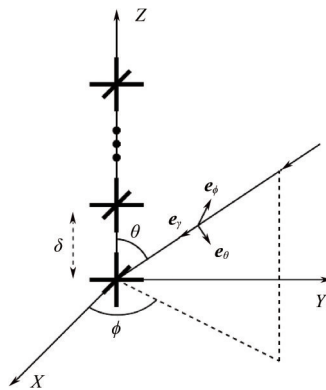


图1 极化敏感阵列模型示意

假设共有 K 个连续波信号入射到阵列上,第 k 个信号的角度信息为 (θ_k, ϕ_k) , θ_k 是信号的俯仰角, ϕ_k 是信号的方位角,其中 k 满足 $k \leq L-1$ 。给定一个入射到阵列上的横向电磁波,向量 $\mathbf{e}_\gamma$ 代表信号的入射方向,为了表示信号的极化方式,定义单位向量 $\mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\gamma$ 按顺序形成的右手坐标系,根据 Jones 矢量的描述,该电场矢量 $\mathbf{E}$ 可以表示为

$$\mathbf{E} = E_\phi \mathbf{e}_\phi + E_\theta \mathbf{e}_\theta = \begin{bmatrix} E \cos \gamma \\ E \sin \gamma \cdot e^{j\eta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: E_ϕ 和 E_θ 分别表示电磁波在 $\mathbf{e}_\phi$ 和 $\mathbf{e}_\theta$ 方向上的幅度分量; γ 和 η 分别表示电磁波的极化幅度角和极化相位角。

因此,1 个入射信号可以由 1 个振幅和 4 个角度参数来表征。例如,第 k 个信号参数信息为 $(\theta_k, \phi_k, \gamma_k, \eta_k, E_k)$, (θ_k, ϕ_k) 表示信号的 DOA 参数; (γ_k, η_k) 表示信号的极化参数; E_k 表示信号的幅度; $k=1,2,\dots,K$ 。

根据几何关系,对于给定的阵元,经过坐标转换,电磁波接收矢量可以表示为

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \\ \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E \cos \gamma \\ E \sin \gamma \cdot e^{j\eta} \end{bmatrix} =$$

$$E(-\cos \gamma \sin \phi + \sin \gamma \cos \theta \cos \phi \cdot e^{j\eta}) \mathbf{e}_x +$$

$$E(\cos \gamma \cos \phi + \sin \gamma \cos \theta \sin \phi \cdot e^{j\eta}) \mathbf{e}_y +$$

$$E(-\sin \gamma \sin \theta \cdot e^{j\eta}) \mathbf{e}_z \quad (2)$$

根据阵元位置不同,定义空间相位因子:

$$q = e^{j \frac{2\pi}{\lambda} \delta \cos \theta} \quad (3)$$

将时间和空间相位因子代入公式,假设每个信号向量中存在噪声电压向量 $\mathbf{n}_i(t)$,且 $\mathbf{n}_i(t)$ 是服从均值为零的高斯分布的随机变量, $i=1,2,\dots,L$ 。因此第 i 个阵元接收的信号向量为

$$\mathbf{z}_i(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{u}_k s_k(t) q_k^{i-1} + \mathbf{n}_i(t) \quad (4)$$

其中:

$$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} -\cos \gamma_k \sin \phi_k + \sin \gamma_k \cos \theta_k \cos \phi_k \cdot e^{j\eta_k} \\ \cos \gamma_k \cos \phi_k + \sin \gamma_k \cos \theta_k \sin \phi_k \cdot e^{j\eta_k} \\ -\sin \gamma_k \sin \theta_k \cdot e^{j\eta_k} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$s_k(t) = E_k \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (6)$$

式中: ω 是信号频率; φ 是信号的初始相位;后续 E_k 的值均取 1。

设 $\mathbf{z}(t)$, $\mathbf{s}(t)$ 和 $\mathbf{n}(t)$ 分别是包含接收信号、入射信号和噪声的列向量,即:

$$\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}_1(t) \quad \mathbf{z}_2(t) \quad \dots \quad \mathbf{z}_L(t)]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \quad s_2(t) \quad \dots \quad s_K(t)]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \quad n_2(t) \quad \dots \quad n_L(t)]^T \quad (9)$$

接收向量则表示为

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (10)$$

式中, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \dots \quad \mathbf{a}_K]$ 是一个 $3L \times K$ 的阵列流型矩阵,每列由下式给出:

$$\mathbf{a}_k = [\mathbf{u}_k^T \quad \mathbf{u}_k^T q_k \quad \dots \quad \mathbf{u}_k^T q_k^{L-1}]^T \quad (11)$$

这里假设 $\mathbf{a}_k$ 是线性无关的,它们在一个 L 维空间中定义了一个 K 维信号子空间。

为了保证算法的可行性,要求 $\mathbf{A}$ 是列满秩的矩阵,因此排除了一些退化情况。假设阵列在 N 个不同时间对入射信号进行采样,算法的目标是从采样信号 $\mathbf{z}_k(t_n)$ 中得到估计量 $(\theta_k, \phi_k, \gamma_k, \eta_k)$ 。其中, $n=1,2,\dots,N, k=1,2,\dots,K$ 。

2 二维 DOA 与极化参数联合估计算法

由于入射信号和噪声之间均线性无关,根据 ESPRIT 算法的原理可知,上述矩阵具有多个不变特性。假设入射信号数量已知,得到接收信号的协方差矩阵:

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{z}(t)\mathbf{z}^H(t)\} = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \mathbf{R}_n = \mathbf{R}_0 + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{R}_s = E\{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\}$; σ^2 是高斯白噪声方差; $\mathbf{I}$ 是单位阵; $E(\cdot)$ 表示期望。

从特征根解思路求解,可以将协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 写成:

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{3L} \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H \quad (13)$$

在阵列的协方差矩阵中, $\lambda_1 + \sigma^2 \geq \lambda_2 + \sigma^2 \geq \dots \geq \lambda_K + \sigma^2 > \sigma^2 = \dots = \sigma^2$ 是 $\mathbf{R}$ 的特征值; $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K$, $\mathbf{e}_{K+1}, \dots, \mathbf{e}_{3L}$ 是对应的特征向量; $\mathbf{\Lambda}_s, \mathbf{\Lambda}_n$ 均是对角矩阵; $\mathbf{U}$ 是特征向量矩阵。根据式(13)可以证得:

$$\text{span}(\mathbf{E}_s) = \text{span}(\mathbf{A}) \quad (14)$$

式中: $\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \dots \quad \mathbf{e}_K]$; $\text{span}(\cdot)$ 表示张成子空间。因此,存在非奇异矩阵 $\mathbf{T}$, 满足:

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{A} \mathbf{T} \quad (15)$$

将阵列流型矩阵 $\mathbf{A}$ 进行拆分,假设 $\mathbf{A}_{q1}$ 和 $\mathbf{A}_{q2}$ 均是 $3(L-1) \times K$ 的矩阵,且分别由 $\mathbf{A}$ 的前 $3(L-1)$ 行和后 $3(L-1)$ 行组成;假设 $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y$ 和 $\mathbf{A}_z$ 均是 $L \times K$ 的矩阵,且分别由 $\mathbf{A}$ 的 $(3i-2)$ 行, $(3i-1)$ 行和 $3i$ 行组成,即分别由平行于 X 轴、 Y 轴和 Z 轴的偶极子阵列流型组成。根据 ESPRIT 的旋转不变性,得到

等式关系:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{q1} = \mathbf{A}_{q1} \mathbf{T}; \\ \mathbf{E}_{q2} = \mathbf{A}_{q2} \mathbf{T}. \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{q2} = \mathbf{E}_{q1} \mathbf{\Psi}_1; \\ \mathbf{A}_{q2} = \mathbf{A}_{q1} \mathbf{\Phi}_1. \end{cases} \quad (17)$$

式中, $\mathbf{\Phi}_1 = \text{diag}[q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_K]$, $\mathbf{\Phi}_1$ 与 $\mathbf{\Psi}_1$ 的特征值相同。 $\mathbf{\Psi}_1$ 的表达式为

$$\mathbf{\Psi}_1 = (\mathbf{E}_{q1}^H \mathbf{E}_{q1})^{-1} \mathbf{E}_{q1}^H \mathbf{E}_{q2} = \mathbf{E}_{q1}^\dagger \mathbf{E}_{q2} \quad (18)$$

式中, $(\cdot)^\dagger$ 表示伪逆。因此信号的俯仰角 θ_k 表达式为

$$\theta_k = \cos^{-1} \left[\frac{\lambda}{2\pi\delta} \arg(q_k) \right] \quad (19)$$

由于俯仰角 $\theta_k \in (0, \frac{\pi}{2})$, 其不存在象限模糊问题。

为了求解 ϕ_k , 定义比值 p_k 和 r_k 为:

$$p_k = \frac{-\cos \gamma_k \sin \phi_k + \sin \gamma_k \cos \theta_k \cos \phi_k \cdot e^{j\eta_k}}{-\sin \gamma_k \sin \theta_k \cdot e^{j\eta_k}} = \frac{\sin \phi_k}{\tan \gamma_k \sin \theta_k \cdot e^{j\eta_k}} - \frac{\cos \phi_k}{\tan \theta_k} \quad (20)$$

$$r_k = \frac{\cos \gamma_k \cos \phi_k + \sin \gamma_k \cos \theta_k \sin \phi_k \cdot e^{j\eta_k}}{-\sin \gamma_k \sin \theta_k \cdot e^{j\eta_k}} = -\frac{\cos \phi_k}{\tan \gamma_k \sin \theta_k \cdot e^{j\eta_k}} - \frac{\sin \phi_k}{\tan \theta_k} \quad (21)$$

与上述求解过程类似, 可以得到下式:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_x = \mathbf{A}_x \mathbf{T}; \\ \mathbf{E}_y = \mathbf{A}_y \mathbf{T}; \\ \mathbf{E}_z = \mathbf{A}_z \mathbf{T}. \end{cases} \quad (22)$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_x = \mathbf{E}_z \mathbf{\Psi}_2; \\ \mathbf{A}_x = \mathbf{A}_z \mathbf{\Phi}_2. \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \mathbf{E}_y = \mathbf{E}_z \mathbf{\Psi}_3; \\ \mathbf{A}_y = \mathbf{A}_z \mathbf{\Phi}_3. \end{cases} \quad (24)$$

同样可得表达式 $\mathbf{\Phi}_2 = \text{diag}[p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_K]$;

$\mathbf{\Phi}_3 = \text{diag}[r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_K]$ 。 $\mathbf{\Psi}_2$ 和 $\mathbf{\Psi}_3$ 的表达式为

$$\mathbf{\Psi}_2 = (\mathbf{E}_z^H \mathbf{E}_z)^{-1} \mathbf{E}_z^H \mathbf{E}_x = \mathbf{E}_z^\dagger \mathbf{E}_x \quad (25)$$

$$\mathbf{\Psi}_3 = (\mathbf{E}_z^H \mathbf{E}_z)^{-1} \mathbf{E}_z^H \mathbf{E}_y = \mathbf{E}_z^\dagger \mathbf{E}_y \quad (26)$$

根据 p_k 和 r_k 的特点, 可以得到:

$$\frac{\text{Im}(p_k)}{\text{Im}(r_k)} = -\tan \phi_k \quad (27)$$

因此信号的方位角为

$$\phi_k = \tan^{-1} \left[-\frac{\text{Im}(p_k)}{\text{Im}(r_k)} \right] \quad (28)$$

由于方位角 $\phi_k \in (-\pi, \pi)$, 其存在象限模糊的情况, 为了确保正确求解, 需要对 ϕ_k 进行验证。分别将 p_k 和 r_k 与 $\cos \phi_k$ 和 $\sin \phi_k$ 相乘, 再将它们相加, 得到等式:

$$p_k \cos \phi_k + r_k \sin \phi_k = -\frac{1}{\tan \theta_k} \quad (29)$$

将 θ_k 代入式 (29), 令 $\Delta = p_k \cos \phi_k + r_k \sin \phi_k + \frac{1}{\tan \theta_k}$, 根据 $\Delta(\phi_k)$ 与 $\Delta(\phi_k + \pi)$ 的绝对值大小比较来确定 ϕ_k 的取值具体判别方法如下:

$$\phi_k = \begin{cases} \phi_k, & \text{if } |\Delta(\phi_k)| < |\Delta(\phi_k + \pi)|; \\ \phi_k + \pi, & \text{if } |\Delta(\phi_k)| > |\Delta(\phi_k + \pi)|. \end{cases}$$

为了分离出信号的极化参数信息, 算法继续对 p_k 和 r_k 进行处理, 进而得到极化参数的表征。由 p_k 的表达形式可得:

$$\tan \gamma_k \cdot e^{j\eta_k} = \frac{\sin \phi_k}{\sin \theta_k \left(p_k + \frac{\cos \phi_k}{\tan \theta_k} \right)} = \frac{\sin \phi_k \tan \theta_k}{\sin \theta_k (p_k \tan \theta_k + \cos \phi_k)} \quad (30)$$

因此:

$$\gamma_{k1} = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \phi_k \tan \theta_k}{\sin \theta_k (p_k \tan \theta_k + \cos \phi_k)} \right] \quad (31)$$

$$\eta_{k1} = \arg \left[\frac{\sin \phi_k \tan \theta_k}{\sin \theta_k (p_k \tan \theta_k + \cos \phi_k)} \right] \quad (32)$$

由 r_k 的表达式可得:

$$\tan \gamma_k \cdot e^{j\eta_k} = \frac{-\cos \phi_k}{\sin \theta_k \left(r_k + \frac{\sin \phi_k}{\tan \theta_k} \right)} = \frac{-\cos \phi_k \tan \theta_k}{\sin \theta_k (r_k \tan \theta_k + \sin \phi_k)} \quad (33)$$

因此:

$$\gamma_{k2} = \tan^{-1} \left[\frac{-\cos \phi_k \tan \theta_k}{\sin \theta_k (r_k \tan \theta_k + \sin \phi_k)} \right] \quad (34)$$

$$\eta_{k2} = \arg \left[\frac{-\cos \phi_k \tan \theta_k}{\sin \theta_k (r_k \tan \theta_k + \sin \phi_k)} \right] \quad (35)$$

将极化参数的两种表达形式进行平均, 得到最终结果如下:

$$\gamma_k = \frac{\gamma_{k1} + \gamma_{k2}}{2} \quad (36)$$

$$\eta_k = \frac{\eta_{k1} + \eta_{k2}}{2} \quad (37)$$

由于 $\gamma_k \in (0, \frac{\pi}{2})$, 极化参数的求解过程不存在象限模糊问题。

对于多个入射信号,需要确定 Ψ_1 、 Ψ_2 和 Ψ_3 的特征值分组,即需要确定 Ψ_1 的哪些特征值对应于 Ψ_2 、 Ψ_3 的哪些特征值。由于MUSIC谱搜索法的计算量较大,采取另一种配对特征值的方法。为了将3个矩阵的特征值正确配对,可以先将 Ψ_1 与 Ψ_2 配对,再将 Ψ_2 与 Ψ_3 配对,有:

$$\Psi_{12} = \Psi_1^{-1}\Psi_2 = T^{-1}\Phi_1^{-1}\Phi_2T \quad (38)$$

式中, Ψ_{12} 的特征值 $\bar{q}_k$ 对应于 Ψ_2 的特征值与 Ψ_1 的特征值的比率。因此,对于 $k=1,2,\dots,K$, $\bar{q}_k$ 的值对应于 Ψ_2 的特征值 p_{k_1} 与 Ψ_1 的特征值 q_{k_2} 比值的所有集合中与 $\bar{q}_k$ 相差最小的那一个配对情况:

$$\left\| \frac{p_{k_1}}{q_{k_2}} - \bar{q}_k \right\|$$

相似的,将 Ψ_2 与 Ψ_3 配对,有:

$$\Psi_{23} = \Psi_2^{-1}\Psi_3 = T^{-1}\Phi_2^{-1}\Phi_3T \quad (39)$$

得到集合:

$$\left\| \frac{r_{k_1}}{p_{k_2}} - \bar{p}_k \right\|$$

其中: $\bar{p}_k$ 为 Ψ_{23} 的特征值; $k_1, k_2 = 1, 2, \dots, K$ 。只要 A 、 A_{q_1} 、 A_{q_2} 、 A_x 、 A_y 和 A_z 是列满秩矩阵,该方法便可以对信号的方向信息和极化信息进行联合估计。避免了谱峰搜索和迭代操作,显著降低计算量。同时,由于信号的俯仰角和方位角是根据不同的阵列流型计算得出的,信号的方向信息避免了误差传递。

3 计算步骤及复杂度分析

将二维DOA估计过程简化,算法步骤如下。

步骤1:根据阵列接收矢量 $z(t)$ 计算快拍数为 N 次情况下的样本协方差矩阵 R 。

步骤2:对 R 进行特征值分解,得到信号子空间 E_s 。

步骤3:根据式(16)和式(22)将 E_s 分解为不同的子阵。

步骤4:根据式(18)、式(25)和式(26)得到矩阵 Ψ_1 、 Ψ_2 和 Ψ_3 。

步骤5:对 Ψ_1 、 Ψ_2 和 Ψ_3 进行特征值分解,并按照式(38)、式(39)进行特征值配对。

步骤6:按照式(19)、式(28)、式(36)和式(37)求解得到参数估计值 $(\theta_k, \phi_k, \gamma_k, \eta_k)$ 。

运算量分析:在步骤1中,构造协方差矩阵的计算量为 $O\{N(3L)^2\}$;步骤2中特征值分解的计算量为 $O\{(3L)^3\}$;步骤4中的3次广义逆运算的计算

量为 $O\{3(L-1)K^2 + 2LK^2\}$,其中的核心复乘运算量级为 $O\{3(L-1)K^2 + 2LK^2\}$;步骤5中的3次特征值分解计算量为 $O\{3K^3\}$,2次参数配对的最大计算量为 $O\{2K^2\}$;其他线性运算的计算量忽略不计。因此本文算法总计算量 $O\{(10L-4)K^2 + 3K^3 + 9NL^2 + 27L^3\}$ 。RD-MUSIC算法主要涉及构建协方差矩阵、特征值分解和2个二维搜索的过程,因此,RD-MUSIC算法计算量 $O\{9NL^2 + 27L^3 + (9L^2 + 3L)n^2\}$,其中 n 是搜索点数,由于搜索点数较多,且估计精度受搜索步长影响,因此本文算法计算复杂度远小于RD-MUSIC算法。

4 仿真实验

假设阵列排布方式与图1相同,线性极化敏感阵列沿 Z 轴分布,阵元数量为8,每个阵元均包含3个偶极子,阵元间距为半波长。入射信号为远场窄带信号,信号之间相互独立,噪声为高斯白噪声,信号与噪声相互独立。仿真实验硬件平台为装配Intel(R) Core(TM) i7-13650HX处理器、主频2.60 GHz、内存24 GB的计算机,仿真软件为Matlab 2024b。

4.1 算法有效性

为验证算法有效性及参数配对性能,假设3个信号入射到极化敏感阵列,信号的俯仰角 θ 分别为 $10^\circ, 20^\circ, 60^\circ$;信号方位角 ϕ 分别为 $60^\circ, 150^\circ, -30^\circ$;信号的极化幅度角 γ 分别为 $50^\circ, 20^\circ, 30^\circ$;信号的极化相位角 η 分别为 $110^\circ, 60^\circ, 150^\circ$ 。快拍数取5 000,信噪比(SNR)取值为20 dB,蒙特卡洛试验次数为100。图2、图3为算法参数估计的星座图。可以看出,该算法可以正确估计出3个入射信号的二维DOA和极化参数,且配对正确。

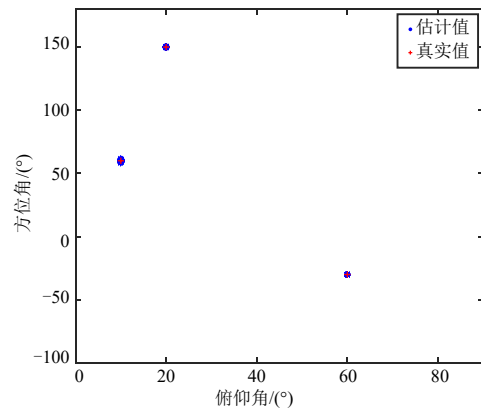


图2 信号DOA估计星座图

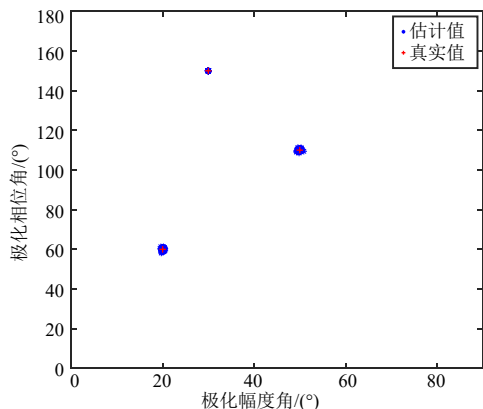


图3 信号极化参数估计星座图

4.2 计算量对比

为验证本文算法的计算效率,表2展示了3种算法的运行时间随阵元数变化的对比情况。这里假设信源数量为3, RD-MUSIC算法的搜索间隔为 1° ,其他实验条件不变,运行时间为100次蒙特卡洛实验的平均值。从表1可见,本文算法运行时间远低于RD-MUSIC算法,这是因为其他变量均远小于搜索点数 n ,同时, RD-MUSIC的估计精准度依赖 n 的大小。相较于Ratio-ESPRIT算法,本文算法利用了三偶极子阵元,且采用了多重旋转不变性,求逆运算的维度和次数更多,因此计算运行时间高于Ratio-ESPRIT算法。

表1 本文算法与其他算法运行时间对比 单位:s

阵元数	本文算法	RD-MUSIC算法	Ratio-ESPRIT算法
6	0.041	0.447	0.004
8	0.042	0.556	0.005
10	0.072	1.865	0.008
12	0.086	1.963	0.009

4.3 信噪比对算法的影响

为了验证信噪比对算法的影响,假设一个入射信号,参数为 $(\theta, \phi, \gamma, \eta) = (10^\circ, 70^\circ, 20^\circ, 60^\circ)$,信噪比取值范围为0~20 dB,每间隔2 dB进行递增,快拍数取5 000,蒙特卡洛试验次数为500。考察本文方法与RD-MUSIC和Ratio-ESPRIT算法的对比,且保持每种算法的天线数目、阵元间距以及其他仿真条件均相同, RD-MUSIC算法的搜索步长设为 0.1° ,参数估计精度使用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)。所得实验结果如图4和图5,克拉美劳下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)套样是理论最小RSME。可以看出,本文DOA估计精度优于RD-MUSIC算法和Ratio-ESPRIT算法;极化幅度角估计精度不及另外两种算法,这是因为本

文算法的极化参数精度受DOA参数估计精度的影响,导致误差传递,相比于RD-MUSIC算法,牺牲了高精度,换取了较低的计算复杂度。

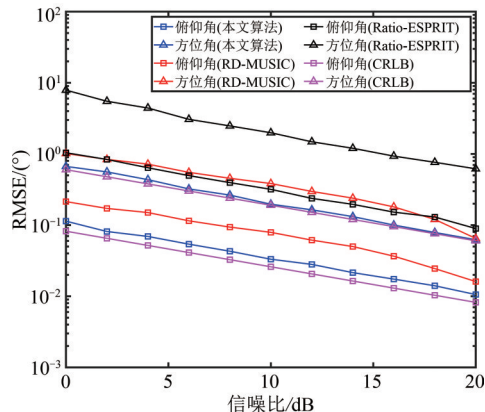


图4 不同信噪比下估计DOA的RMSE

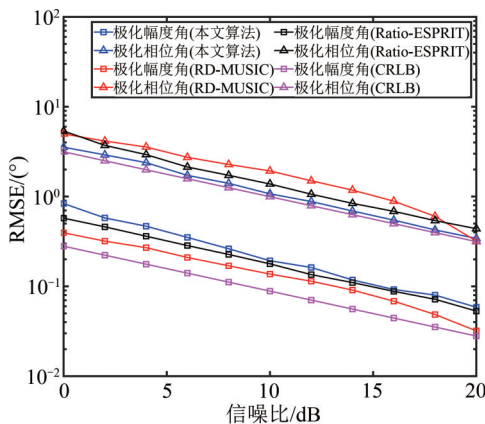


图5 不同信噪比下估计极化参数的RMSE

4.4 快拍数对算法的影响

为了验证快拍数对算法的影响,保持信号数量和信号的DOA与极化参数不变,信噪比取值为20 dB,快拍数取50~5 000,蒙特卡洛试验次数为500。通过比较3种算法的RMSE,从图6和图7中可以得到类似的结论。

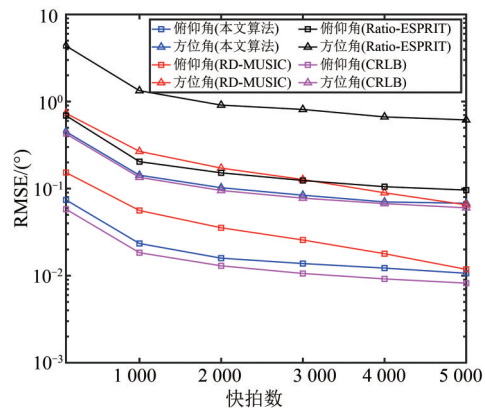


图6 不同快拍数估计DOA的RMSE

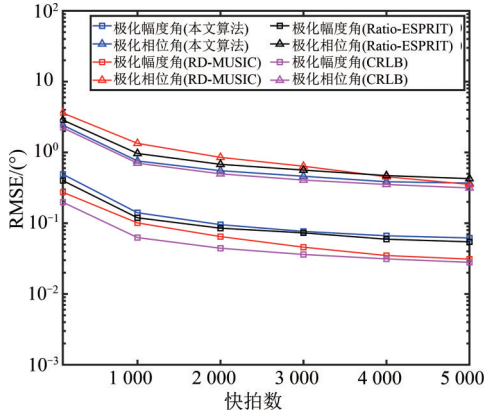


图7 不同快拍数估计极化参数的RMSE

在RD-MUSIC算法搜索步长为 0.1° 的条件下,本文算法的DOA估计精度优于RD-MUSIC与Ratio-ESPRIT算法,更加接近CRLB下界。极化幅度角的估计精度在快拍数为500~4000时本文算法占优,其他情况时RD-MUSIC算法精度更高,极化相位角虽然均劣于RD-MUSIC算法,但3种算法的极化相位角估计精度相当,性能基本一致。

4.5 算法分辨率及配对正确率

为了验证算法的分辨率,假设信号数量为2,两个信号的方位角相同,改变俯仰角的差值,信号的参数 $(\theta, \phi, \gamma, \eta)$ 分别为 $(10^\circ, 70^\circ, 20^\circ, 60^\circ)$ 、 $((10 + \Delta i)^\circ, 70^\circ, 10^\circ, 150^\circ)$, $\Delta i = 1, 2, \dots, 10$ 。从图8看出,随着2个信号的俯仰角差值的增加,每个参数的估计误差逐渐降低,当角度差值增加到 10° 时,所有参数的均方根误差基本控制在 1° 以内。

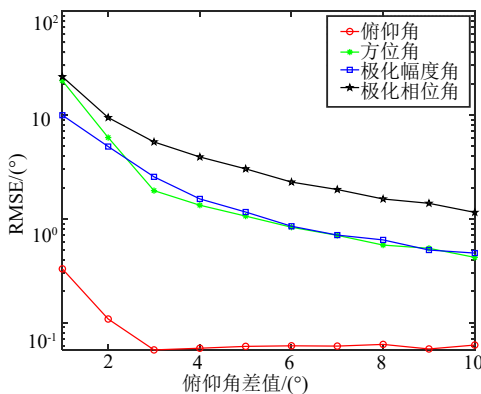


图8 不同俯仰角差值时参数估计的RMSE

其他参数不变,改变2个信号的方位角,观察不同俯仰角差值在不同的方位角时的参数配对正确率情况,如图9所示。为充分体现算法的性能,实验展示了任意方位角条件下的配对正确率情况,由于在判断方位角时存在象限模糊问题,且

$-90^\circ, 0^\circ$ 和 90° 为象限跳变处,因此2个信号更易受误差影响,配对成功率较低,其他角度均展现出较高正确率。

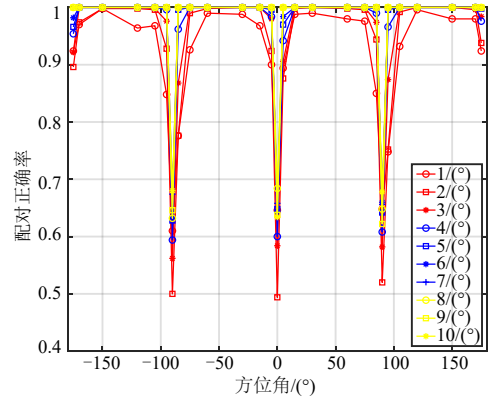


图9 参数配对正确率

5 结束语

本文提出了一种基于ESPRIT的二维DOA参数与极化参数联合估计算法。通过子阵的不同划分方式,算法实现了DOA参数与极化参数的闭式计算,规避了搜索过程,并且仿真实验验证了该方法在二维DOA和极化参数联合估计中的高精度特性。相较于传统MUSIC和ESPRIT算法,所提方法采用均匀线性阵列,通过改进信号子空间构造方式,在节约布阵空间资源的同时,规避了全局谱搜索过程,显著降低了计算复杂度。与对比算法的实验结果证明,本文算法的DOA和极化相位角参数估计精度均优于其他对比算法,且计算效率远优于RD-MUSIC算法。

参考文献:

- [1] CHEN H, FANG J X, WANG W L, et al. Near-field target localization for EMVS-MIMO radar with arbitrary configuration[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2024, 60(4): 5406-5417.
- [2] WEN F Q, SHI J P, ZHANG Z J. Joint 2D-DOD, 2D-DOA, and polarization angles estimation for bistatic EMVS-MIMO radar via PARAFAC analysis [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(2): 1626-1638.
- [3] FLORES L A, LOMAS I, GUACHALÁ L, et al. Direction-of-arrival (DOA) estimation based on real field measurements and modified linear regression[J]. Engineering Proceedings, 2024, 77(1): No.11.
- [4] CHEN H, LIN H G, LIU W, et al. Augmented multi-sub-

- array dilated nested array with enhanced degrees of freedom and reduced mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2024, 72: 1387-1399.
- [5] FANG X Y, LI M M, HAN J Z, et al. Accurate direction-of-arrival estimation method based on space-time modulated metasurface [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2022, 70(11): 10951-10964.
- [6] SHIIBA H, KUSE R, SANO M, et al. Performance enhancement of direction of arrival estimation using a single port metasurface reflector antenna [C] // *Proceedings of the 2024 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and INC/USNC-URSI Radio Science Meeting*. Piscataway, USA: IEEE, 2024: 2681-2682.
- [7] DAI M H, MA X F, LIU W, et al. Monopulse based DOA and polarization estimation with polarization sensitive arrays[J]. *Signal Processing*, 2022, 195: No.108487.
- [8] YANG Y L, JIANG G J. Efficient DOA and polarization estimation for dual-polarization synthetic nested arrays [J]. *IEEE Systems Journal*, 2022, 16(4): 6277-6288.
- [9] 李金朋, 赵闯, 胡德秀, 等. 利用 Lissajous 图形的雷达辐射源 DOA 与极化参数联合估计方法[J]. *信息工程大学学报*, 2025, 26(4): 415-422.
- [10] WAGNER M, PARK Y, GERSTOFT P. Gridless DOA estimation and root-MUSIC for non-uniform linear arrays [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69: 2144-2157.
- [11] ZHU H G, FENG W K, FENG C Q, et al. Deep unfolded gridless DOA estimation networks based on atomic norm minimization[J]. *Remote Sensing*, 2024, 15(1): No.13.
- [12] 张涛, 孙昭乾, 郭沐然. 基于矩阵分布式重构的正交极化阵 DOA 估计[J]. *信号处理*, 2024, 40(10): 1822-1833.
- [13] GUO R, MAO X, LI S, et al. A fast DOA estimation algorithm based on polarization MUSIC [J]. *Radioengineering*, 2015, 24(1): 214-225.
- [14] ZHANG Z Q, LAN X, WANG X P. A fast method for multidimensional joint parameter estimation of polarization-sensitive arrays[J]. *Sensors*, 2023, 23(19): No.8193.
- [15] 马慧慧, 陶海红. 稀疏拉伸式 L 型极化敏感阵列的二维波达方向和极化参数联合估计[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(4): 902-909.
- [16] WANG X D, ZHANG X F, LI J F, et al. Improved ESPRIT method for joint direction-of-arrival and frequency estimation using multiple-delay output [J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2012: No. 309269.
- [17] ZHANG X F, CHEN C, LI J F, et al. Blind DOA and polarization estimation for polarization-sensitive array using dimension reduction MUSIC [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2014, 25(1): 67-82.
- [18] 李会勇, 张远芳, 谢菊兰. 极化敏感线阵的模值约束降维 Root-MUSIC 算法[J]. *信号处理*, 2016, 32(2): 173-178.
- [19] 逯岩斌, 陈文东, 杨赞秀, 等. 基于互质极化敏感阵列的参数降维估计算法[J]. *电子测量技术*, 2024, 47(5): 173-180.
- [20] LAN X, LIU W, NGAN H Y T. Joint 4-D DOA and polarization estimation based on linear tripole arrays [C] // *Proceedings of the 2017 22nd International Conference on Digital Signal Processing*. Piscataway, USA: IEEE, 2017: 1-5.
- [21] 刘鲁涛, 王传宇. 基于极化敏感阵列均匀线阵的二维 DOA 估计[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(10): 2350-2357.

(编辑: 冯 春)