DOI:10.20069/j.cnki.DJKX.202504009

中国碳市场投资组合优化策略
——基于可能性均值—半绝对偏差模型的研究

董馨月，吕亚男，张金良
华北电力大学 经济与管理学院，北京 102206

开放科学(资源服务)
标识码(OSID)

摘要：选取2017—2021年中国7个碳排放权交易试点市场的碳价数据，构建了考虑现实约束的可能性均值—半绝对偏差投资组合模型，运用改进人工蜂群算法对投资组合模型求解，分别计算出投资者在不同预期收益率和不同风险厌恶程度下的最优投资比例。结果表明，中国7个碳排放权交易试点市场的收益和风险存在明显差异，投资者在碳市场投资决策过程中需要综合考虑预期收益、风险大小以及碳市场动态，以实现最优的资产配置策略。样本外检验通过滚动窗口法，计算不同投资组合模型的夏普比率、下行风险和索提诺比率，进一步证明了模型的有效性和适用性。模型和算法在降低组合下行风险、增强投资稳健性方面具有显著优势，可为投资者在不同风险偏好和预期收益水平下提供决策参考，丰富中国碳市场投资组合策略研究。

关键词：碳市场；碳排放权交易；投资组合；人工蜂群算法；可能性均值—半绝对偏差模型
文献标识码：A **文章编号：**1002-2848-2025(04)-0128-15

一、问题提出

气候变化是当今全球关注的主要问题之一。在2020年第75届联合国大会上，中国提出了2030年实现碳达峰和2060年实现碳中和的“双碳”目标，这对于应对气候变化、实现可持续发展、推动能源结构转型具有重大而深远的意义。在此背景下，碳排放权交易市场(以下简称“碳市场”)已成为实现中国碳中和愿景的重要政策工具。随着中国经济转型的步伐加快，能源消耗量不断攀升。为应对日益严峻的环境问题，2025年4月生态环境部印发《关于做好2025年全国碳排放权交易市场有关工作的通知》，以推动“绿色发展、低碳发展”。2011年10月，国家发展和改革委员会办公厅下发了《关于开展碳排放权交易试点工作的通知》，批准北京、天津、上海、重庆、深圳、湖北、广东五市二省试点开展碳市场建设。一些学者认为，碳排放权交易(以下简称“碳交易”)相关实践与机制在优化资源配置、推动低碳转型及促进企业创新等方面具有重要意义。姚鼎等[1]认为碳交易试点实现了碳资源的优化配置，使得节能减排的观念深入各行各业，推动了低碳经济的发展。温慧愉等[2]指出碳交易机制可以强化企业低碳减排，促进企业绿色创新实践。张兴祥等[3]认为建设碳市场是减少温室气体排放、推动经济发展方式绿色低碳转型的一项重要制度创新。

近年来，碳市场的规模和复杂性不断增加，目前关于碳市场中的碳交易的研究主要集中在碳减排效

收稿日期：2024-11-13。 **修回日期：**2025-05-13。
基金项目：国家自然科学基金资助项目“发电企业碳减排的市场型政策工具组合优化研究”(71774054)；中央高校基本科研业务费专项资金资助项目“多种市场型碳减排政策下的发电企业交易策略”(2023FR001)；北京市社会科学基金项目“京津冀地区电力能源、经济、环境绿色协调发展机制与路径研究”(22JCC111)。
作者简介：董馨月，女，华北电力大学经济与管理学院讲师，硕士生导师，研究方向为计算实验金融、能源金融；吕亚男，女，华北电力大学经济与管理学院硕士生，研究方向为能源金融；张金良，男，通信作者，华北电力大学经济与管理学院教授，博士生导师，研究方向为新能源产业政策、能源金融，电子邮箱为50601913@ncepu.edu.cn。

应、经济效应评估等方面。在碳减排效应方面，已有研究认为碳交易机制能够有效推动低碳转型。Chen等[4]认为碳交易可有效推动二氧化碳与大气污染物、水污染物及固体废物的协同减排。Shan等[5]指出碳交易能持续抑制电力行业碳排放，为电力行业低碳化发展提供量化支撑。黄向岚等[6]指出碳交易对二氧化碳减排产生了显著的政策效应，实现了环境红利。刘传明等[7]用合成控制—双重差分法的分析，结果表明碳交易显著减少二氧化碳排放的结论具备显著性。在经济效应评估方面，已有研究认为碳交易能够促进经济发展质量与数量的提升，对产业结构优化升级形成正向促进效应。梁军等[8]指出碳交易政策可以加强城市绿色全要素生产率的增长效应。谭静等[9]指出碳交易机制对促进技术创新、增加外国直接投资(FDI)流入具有积极作用。邵帅等[10]指出碳交易试点政策通过促进技术创新、推动产业结构升级以及产生相关环境政策的协同效应而实现经济发展质量的提高。在碳价格机制研究方面，部分学者关注碳价的形成与波动特征。Batten等[11]指出，气候变化会导致碳价波动性增强以及对冲成本上升。Liu等[12]通过对碳价进行预测，为开展碳交易提供参考。目前对于碳市场的相关研究中，关于碳市场的投资问题研究较少。随着碳市场的不断发展，研究如何进行投资组合优化策略变得尤为重要。首先，碳交易是应对气候变化、推动低碳转型的重要工具，投资于碳市场能够帮助投资者获得碳排放配额的价格波动收益，并参与到绿色经济的建设中。优化投资组合能够在不同碳市场之间合理配置资源，平衡风险和回报，提高投资效率。其次，碳交易价格受政策、市场供需以及企业碳排放等因素的影响，投资组合优化可以帮助投资者降低单一市场风险，增加收益的稳定性。此外，在中国碳交易所逐步建立和完善的背景下，构建合理的投资组合有助于提升碳交易的流动性，推动中国碳市场的健康发展。因此，关于碳市场的投资组合优化不仅是风险管理的一种手段，也是推动碳市场成熟、实现可持续投资目标的重要途径。

1952年，Markowitz假设资产的收益为随机变量，使用均值和方差分别度量资产组合的收益和风险，提出了著名的均值—方差投资组合模型，奠定了现代投资理论的基础[13]。但是方差作为一种风险度量方法，存在一定的局限性。方差将正向波动和负向波动视为等同的风险，在实际投资决策中可能无法准确捕捉投资者的真实风险偏好。因此，一些学者在均值—方差模型的基础上研究投资组合问题，取得了丰富的理论成果。Hosseini-Nodeh等[14]将绝对偏差作为资产组合的风险度量方法构建了一个可转化线性规模模型进行求解的投资组合模型。Sehgal等[15]提出了一种稳健投资组合优化模型，有效结合了半均值绝对偏差风险度量与数据驱动的建模方法。Vercher等[16]引入基数约束与可信度风险衡量方法，构建了可刻画投资回报均值半绝对偏差投资组合优化模型。然而，实际投资中往往存在着一定的不确定性。这种不确定性除了包括事件是否发生的随机性，还包括事件本身状态的不确定性，即模糊性。因此，随机模糊理论为投资者处理不确定性提供了有效的方法。Yu等[17]创立了模糊集合理论，提出了隶属函数的概念，为处理投资组合中的不确定性开辟了一条新的思路。此后，众多学者将模糊集合理论引入投资组合研究中，取得了丰富的研究成果。Kharrim等[18]使用梯形模糊数刻画资产收益率的不确定性，采用其可能性均值和可能性半方差分别作为资产组合的收益和风险的衡量方式，构建了具有基数约束的多期投资组合优化模型。张鹏等[19]考虑投资者的感知价值，建立了一个具有心理账户的模糊投资组合优化模型，并运用线性规划的旋转算法进行求解。刘勇军等[20]构建最小化终端风险的灵活时间期限的混合投资组合模型，并设计改进的多策略融合人工蜂群算法来求解模型。

纵观国内外相关研究，目前针对碳市场投资组合优化问题的研究仍较有限，已有成果主要集中于传统金融资产配置领域。随着碳市场机制的不断完善，如何针对碳资产的收益不确定性与风险特征，构建适应碳市场特征的投资组合优化模型，是一项重要课题。本文聚焦碳市场资产配置中的投资组合优化问题，以中国7个碳交易试点市场为研究对象，探讨其在不同风险偏好和预期收益下的最优投资策略。

本文的创新点主要体现在三个方面。首先，将碳交易所的资产引入投资组合优化研究中，选取广州、湖北、上海、深圳、北京、福建和重庆7个省份的碳交易所作为研究对象，构建可能性均值—半绝对偏差投资组合优化模型来衡量碳市场的收益和风险，这为碳市场领域提供了新的研究视角。其次，本文引入投资比例上下限、预期收益率和风险厌恶系数等现实约束条件，结合历史碳价数据开展样本内与样本外实证分析。样本内通过设定不同风险偏好与预期收益，分析最优资产配置的动态变化特征；样本外采用滚

动窗口法，评估模型在收益稳定性与风险控制方面的表现，验证所建模型的有效性。最后，为了提高模型求解的效率与精度，本文设计并应用了一种改进的人工蜂群算法。该算法在搜索策略上进行了优化，提高了在投资组合优化问题中的收敛速度和全局最优解的搜索能力。

二、投资组合模型构建

（一）模糊数理论的相关概念

模糊数是一种用于描述模糊信息的关键表达方式。通常，模糊数被定义为一个实数模糊集U，其隶属度函数满足常态性、模糊凸性和连续性等条件。表示为：$\forall u\in U,u\to\mu_A(u)\in[0,1]$，其中$\mu_A$表示$u$对模糊数$A$的隶属度函数，$\mu_A(u)$称为$u$的隶属度。

定义1[21]：假设U为论域，且A是U的模糊数，则需要满足4个条件：隶属度函数μ_A必须是上半连续的；对于任意$\gamma\in[0,1]$，A的γ^-截集应是凸集；A是正规集，即$\exists\mu_0\in U$，有$\mu_A(\mu_0)=1$；A的支集在论域U中存在有界性，即$\sup(A)=\{\mu\in U|\mu_A>0\}$是有界的。

定义2[22]：假设A是具有γ水平集的模糊数，它的区间为$[A]^\gamma=[a_1(\gamma),a_2(\gamma)]$，其中$\gamma\in[0,1]$是变量，则模糊数$A$上下边界可能均值分别为：

$$R_*(A)=2\int_0^1\gamma a_1(\gamma)\mathrm{d}\gamma \tag{1}$$

$$R^*(A)=2\int_0^1\gamma a_2(\gamma)\mathrm{d}\gamma \tag{2}$$

定义3[22]：假设区间为$[A]^\gamma=[a_1(\gamma),a_2(\gamma)]$的模糊数$A$，其中$\gamma\in[0,1]$是变量，则模糊数$A$可能均值为：

$$R(A)=[R_*(A),R^*(A)] \tag{3}$$

为了得到模糊数A具体的可能性均值，本文将区间均值取平均，得到单一值：

$$\bar{R}(A)=[R_*(A)+R^*(A)]/2 \tag{4}$$

定义4[23]：假设模糊数A与模糊数B。模糊数A的水平集为$[A]^\gamma=[a_1(\gamma),a_2(\gamma)]$，模糊数$B$的水平集为$[B]^\gamma=[b_1(\gamma),b_2(\gamma)]$，$\gamma\in[0,1]$；则模糊数$A$的可能性方差为：

$$\mathrm{Var}(A)=1/2\int_0^1\gamma[a_2(\gamma)-a_1(\gamma)]x^2\mathrm{d}\gamma \tag{5}$$

模糊数A与模糊数B的可能性协方差为：

$$\mathrm{Cov}(A,B)=1/2\int_0^1\gamma[a_2(\gamma)-a_1(\gamma)][b_2(\gamma)-b_1(\gamma)]\mathrm{d}\gamma \tag{6}$$

定义5[24]：本文使用梯形模糊数来表示资产收益及风险。假设模糊数$A_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$为梯形模糊数，则其隶属函数$\mu_A(x)$为：

$$\mu_A(x)=\begin{cases}[x-(a_i-\alpha_i)]/\alpha_i,x\in[a_i-\alpha_i,a_i]\\1,x\in[a_i,b_i]\\(b_i+\beta_i-x)/\beta_i,x\in[b_i,b_i+\beta_i]\\0\text{，其他}\end{cases} \tag{7}$$

其中，α_i、$\beta_i>0$，梯形模糊数$A_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$的$\gamma$水平集可表示为：

$$[A_i]^\gamma=[a_i-(1-\gamma\alpha)_i,b_i+(1-\gamma)\beta_i] \tag{8}$$

其中$\forall\gamma\in[0,1]$，根据定义3，梯形模糊数$A_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$的可能性均值可表示为：

$$\bar{R}(A)=\left[(a_i+b_i)/2\right]+\left[(\beta_i-\alpha_i)/6\right] \tag{9}$$

根据定义4，梯形模糊数$A_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$的可能性方差可表示为：

$$\mathrm{Var}(A_i)=\left[(b_i-a_i)/2+(\beta_i+\alpha_i)/6\right]^2+\left[(\beta_i+\alpha_i)^2/72\right] \tag{10}$$

定义6[25]：组合收益和风险用上述公式中的可能性均值和方差来衡量，但这种方法会将高收益和低收益视为同等的波动，没有区分高低极端收益对投资风险的不同影响，可能对投资风险的评估不够准确，从而导致牺牲期望收益。为了解决这一问题，本文采用了“半绝对偏差”来度量风险，以更合理地反映投资中的上下波动差异。对于投资组合$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)'$的半绝对偏差SAD可以表示为：

$$SAD=\left|\min\left\{0,\sum_{i=1}^{n}R_ix_i-\varepsilon\left(\sum_{i=1}^{n}R_ix_i\right)\right\}\right| \tag{11}$$

其中，R_i表示第i个资产的收益率。结合式(9)(11)可得梯形模糊数$A_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$的可能性半绝对偏差$S\tilde{A}D$的表达式为：

$$S\tilde{A}D=\left|\min\left\{0,\sum_{i=1}^{n}\left[R_i-(a_i+b_i)/2-(\beta_i-\alpha_i)/6\right]x_i\right\}\right| \tag{12}$$

（二）可能性均值—半绝对偏差模型

本文采用梯形模糊数$\tilde{R}_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$表示资产$i$的收益率，以基于可能性的半绝对偏差度量投资组合的风险。此外，考虑投资比例上下限、投资者预期收益率等实际投资中的现实约束条件，构建了考虑现实约束的可能性均值—半绝对偏差投资组合优化模型。

1.目标函数

假设碳市场中有n种风险资产，x_i为第i个资产的投资比例，投资组合$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)'$，R_p是投资组合x的期望收益率，$\overline{M}(\tilde{R}_i)$是资产$i$的模糊投资收益，则投资组合可能性均值可以表示为：

$$R_p=\sum_{i=1}^{n}\overline{M}(\tilde{R}_i)x_i=\sum_{i=1}^{n}\left[(a_i+b_i)/2+(\beta_i-\alpha_i)/6\right]x_i \tag{13}$$

由定义6可知，投资组合的风险可以表示为：

$$S\tilde{A}D_p=\left|\min\left(0,\sum_{i=1}^{n}\left\{R_i-\left[(a_i+b_i)/2+(\beta_i-\alpha_i)/6\right]\right\}x_i\right)\right| \tag{14}$$

2.约束条件

本文只考虑投资者期初将资金投资于碳市场上存在的n种风险资产，不允许卖空，总投资为1个单位，第i个资产的投资比例为x_i，$x_i\geqslant 0$且满足$\sum_{i=1}^{n}x_i=1$。u_i和l_i分别表示第i种资产投资比例的上下界，则投资组合模型的阈值约束可以表示为$l_i\leqslant x_i\leqslant u_i$，其中$i=1,2,\cdots,n$。

为了保障投资者的基本利益并符合其风险收益预期，引入了一个关键的约束条件，即确保投资者实际获得的投资收益率不低于他们所要求的最小期望收益率R_0。确保在追求最大化收益的同时，投资者的最低收益要求得到满足，从而在规避过度风险的同时，保护投资者免受不必要的损失，可表示为$\sum_{i=1}^{n}\tilde{R}_ix_i\geqslant R_0$。

（三）模型构建

依据上述分析，假定投资者考虑投资比例边界、投资者预期收益率约束等现实约束，构建收益最大、风险最小的投资组合优化模型。于是，构建如下考虑现实约束的可能性均值—半绝对偏差投资组合优化模型P：

$$P\begin{cases}\max R_p=\sum_{i=1}^{n}\overline{M}\left(\tilde{R}_i\right)x_i\\ \min S\tilde{A}D_p=\left|\min\left(0,\sum_{i=1}^{n}\left\{R_i-\left[\left(a_i+b_i\right)/2+\left(\beta_i-\alpha_i\right)/6\right]\right\}x_i\right)\right|\\ \text{s. t.}\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}x_i=1\\ \sum_{i=1}^{n}\tilde{R}_ix_i\geqslant R_0\\ l_i\leqslant x_i\leqslant u_i;i=1,2,\cdots,n\end{cases}\end{cases}\tag{15}$$

在式(15)中引用风险厌恶系数λ来描述投资者的预期收益和风险之间的关系,得到模型P^*。其中,$\lambda\in[0,1]$。当$\lambda=0$时,表示投资者是风险偏好型;当$\lambda=1$时,表示投资者是风险厌恶型。

$$P^*\begin{cases}\min\left[1/2\lambda\, x'S\tilde{A}D_p x-(1-\lambda)\sum_{i=1}^{n}\overline{M}\left(\tilde{R}_i\right)x_i\right]\\ \text{s. t.}\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}x_i=1\\ \sum_{i=1}^{n}\tilde{R}_ix_i\geqslant R_0\\ l_i\leqslant x_i\leqslant u_i;i=1,2,\cdots,n\end{cases}\end{cases}\tag{16}$$

三、求解模型的改进人工蜂群算法设计

(一)改进人工蜂群算法原理

由于本文的模型属于多目标规划问题,并且涉及模糊变量和非线性约束,这类问题通常属于NP-hard问题,传统优化算法通常难以对其进行求解。针对这类问题,人们通常借助智能优化算法(例如遗传算法、粒子群算法、模拟退火算法及人工蜂群算法等)来进行求解。人工蜂群算法(ABC)[26]通过模拟蜜蜂的采蜜行为,模仿蜜蜂的分工、信息交流和协作来寻找最优解。然而,由于算法的全局搜索能力不足,传统人工蜂群算法容易在解空间中陷入局部最优区域,尤其是在问题复杂或解空间庞大的情况下,未能充分探索整个解空间。此外,在处理复杂问题时,传统人工蜂群算法的收敛速度较慢,也使这种算法的应用受到限制。为了克服上述缺陷,Song等[27]提出了一种可自适应选择搜索策略的多策略融合人工蜂群算法来求解复杂的投资组合模型。Deng等[28]通过在传统人工蜂群算法中引入外部种群,实现了多目标优化,以求解资产证券化的投资组合模型。针对以上分析,本文结合所构建投资组合优化模型的特点,提出一种改进人工蜂群算法(improve artificial bee colony,IABC)求解优化问题。首先,采用正态分布生成初始蜜源,提升了解的质量和多样性,弥补了传统随机初始化可能导致收敛慢或初始解质量差的缺点。其次,在搜索策略上,加入了动态调整机制,根据种群中可行解与不可行解的比例选择局部搜索或全局搜索策略,从而增强了全局搜索能力,避免算法陷入局部最优[29]。此外,在跟随蜂阶段调整了选择概率的计算方式,使优质不可行解也能被保留,充分利用边界解的信息,解决传统人工蜂群算法在处理约束优化问题时对不可行解利用不足的问题。最后,基于可行性规则的约束处理机制,并在侦查蜂阶段引入重新初始化策略,使算法在种群多样性和跳出局部最优方面表现更优。

1.初始化阶段

人工蜂群算法在整个搜索空间内随机生成初始解,但随机产生的蜜源之间没有关联性,这对后续的搜索也会产生影响。在IABC算法中,为了增强初始化的目的性,更高效率地寻找最优解,以提高后续搜索的精度,本文采用正态分布方式,采用类随机数$\left|nod_{ij}\right|$替代随机数$rand$,将产生的随机数控制在[0,1]范围之内,让蜜源更集中在搜索空间的中心区域,提升初始解的质量和多样性。通过正态分布,算法可以在搜索开始时更快地找到较优的解。如果正态分布产生的数不在[0,1]范围之内,则用随机数$rand$替代,使得靠近0的概率大于靠近1的概率,即将蜜源集中分布在$x_{i,j}$附近,但不局限分布于$x_{i,j}$附近。

2.雇佣蜂阶段

人工蜂群算法的雇佣蜂阶段仅在蜜源个体单维度上进行局部搜索,这样既缺乏搜索的全局性,又会

使解陷入局部最优的情况。为了提高种群的多样性和全局搜索能力，本文设计的IABC算法采用两种不同的搜索策略，根据种群中可行解与不可行解的比例来决定不同的搜索策略。

第一种搜索策略为全局搜索策略。若种群中不可行解比例大于种群中可行解比例，则需要在搜索空间中探索更多的可行解。这时在搜索空间中产生多个临近可行解，计算种群中每个可行解与候选解之间的欧几里得距离[①]，选取距离最接近的可行解，其数量为种群大小的1/4，放入子种群中；重复此过程直至种群中所有可行解被放入子种群中。随后通过式(17)对每个子种群中的可行解每一维进行变异操作，产生子代子种群。这种分割种群进化方式的目的是通过在搜索空间的不同区域独立地演化多个子种群，从而促使种群从不同的方向进入可行区域。如果最优解位于可行域边界附近，会存在一些较好的不可行解，这些不可行解在某些目标上优于可行解。为了充分利用这些有价值的信息，可以使用子代种群中的非支配个体替换子种群的支配个体，从而提高种群的进化性能。

$$v_{i,j}=x_{i,j}+\alpha\left(x_{r_1,j}-x_{r_2,j}\right)+\varphi_{i,j}\left(x_{best,j}-x_{i,j}\right) \tag{17}$$

其中，x_{best}是当前子种群中的最优个体，$j=[1,2,\cdots,D]$，$\alpha=0.5$，r_1，$r_2\in\{1,2,\cdots,SN\}$，$r_1\neq r_2\neq i$，$\varphi_{i,j}\in[-1,1]$。

第二种策略为局部最优解搜索策略。若种群中可行解比例大于种群中不可行解比例，说明种群已经搜索到可行区域，此时需要对种群进一步开发来寻求全局最优解。通过式(18)对每个可行解随机一维进行变异，在现有的搜索区域附近对种群进行开发，搜索全局最优解。为了提高算法的收敛精度，采用可行性规则来保留较优个体。

$$v_{i,j}=x_{i,j}+\varphi\left(x_{i,j}-x_{k,j}\right) \tag{18}$$

其中，$k\in\{1,2,\cdots,SN\}$，$k\neq i$，$j\in\{1,2,\cdots,D\}$，$\varphi\in[-1,1]$。

3.跟随蜂阶段

人工蜂群算法在跟随蜂阶段的概率计算方式降低了不可行解被选中的概率，导致部分在雇佣蜂阶段通过非支配排序保留下来的较优不可行解，在后续迭代中因选择概率较低而未能继续参与搜索过程。为此，本文对跟随蜂的选择概率计算方式进行了如下调整：

$$P_i=0.9\times\left[fit_i\Big/\max\left(fit_i\right)\right]+0.1 \tag{19}$$

其中，fit_i是蜜源的适应度值，计算公式为$fit_i=f_{1i}+V_{1i}$；f_{1i}是目标函数值，计算方式如下：

$$f_{1i}=\begin{cases}1\Big/\left(1+f_i\right), f_i\geqslant 0\\ 1+\left|f_i\right|, f_i<0\end{cases} \tag{20}$$

V_{1i}是约束条件的值，用$V_{1i}=1\Big/\left(V_i+1\right)$来表示。这种选择概率的计算方法使算法在搜索过程中充分利用位于可行区域边界个体的信息，防止算法陷入局部最优。

在雇佣蜂阶段，算法在完成种群评估后，选择了合适的策略对蜜源进行开发或探索，从而引导种群朝更优的方向演化。在此阶段，需要进一步提高算法的收敛精度，以更好地接近最优解。鉴于此，IABC算法在跟随蜂阶段采用如下公式搜索新蜜源。

$$v_{i,j}=x_{i,j}+\varphi\left(x_{i,j}-x_{k,j}\right)+\phi\left(x_{best,j}-x_{i,j}\right) \tag{21}$$

其中，$k\in\{1,2,\cdots,SN\}$，$k\neq i$，$\varphi\in[-1,1]$，$\phi\in[-1,1]$，$j\in\{1,2,\cdots,D\}$，该搜索策略可以利用最优个体引导种群朝着较优区域靠近，从而提高算法的收敛精度。

4.侦查蜂阶段

在人工蜂群算法中，如果某个蜜源在连续若干次迭代中始终未获得优化，则放弃该蜜源，同时该处的

① 欧几里得距离(Euclidean distance)是一个几何学中的概念，用于计算两点之间的直线距离。它在二维空间中的计算公式为$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$，在高维空间中则为$d=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-y_i\right)^2}$。

采蜜蜂变成侦查蜂。IABC算法还是沿用ABC算法的策略，采用式(22)对该蜜源进行重新初始化。

$$x_{ij}=lb+rand\times(ub-lb) \tag{22}$$

本文引入基于可行解的约束处理机制[30]来加以分析。对于给定的任意两个解进行比较时，若x_i优于x_j，则必须满足下列条件之一：$V_i=V_j=0$，且$f_i<f_j$；$V_i=0$，且$V_j>0$；$V_i>0$，$V_j>0$，且$V_i<V_j$。

其中，V_i、V_j分别代表个体x_i与x_j的约束违反程度，f_i、f_j分别代表个体x_i与x_j的目标函数值。具体来说，对于给定的任意两个解在比较时，若两个解均为不可行解，则选择违反约束度更小的解；若一个是可行解一个是不可行解，则选择可行解；若均为可行解，则选择适应度更优的解。

ABC算法的时间复杂度通常表示为$O(G_{max}\times SN\times D)$，其中$D$表示问题的维度，$G_{max}$表示最大迭代次数，$SN$是蜂群的规模。在改进的人工蜂群算法(IABC)中，初始化时间复杂度为$O(SN\times D)$，在雇佣蜂阶段使用可行性比例自适应调整搜索与选择策略的时间复杂度为$O(G_{max}\times SN\times D)$，在跟随蜂阶段的时间复杂度为$O(G_{max}\times SN\times D)$。所以，IABC算法在理论上的时间复杂度未显示显著差异，说明这两种算法的理论实践复杂度是相同的。

(二)改进人工蜂群算法具体框架

基于上述算法的改进，给出IABC算法的具体流程如图1所示，当迭代达到终点时输出全局最优解。

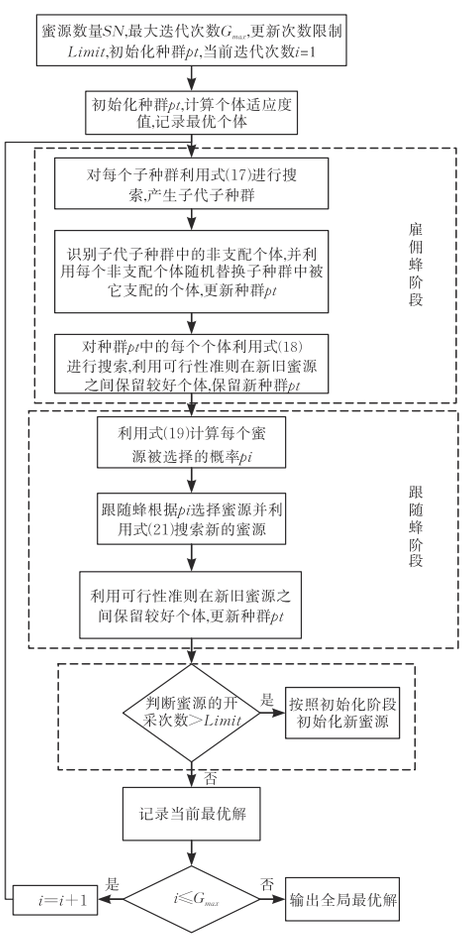


图1 改进ABC算法流程

四、实证研究

(一)样本数据及数据处理

本文选取广州碳交易所、湖北碳交易中心、上海环境能源交易所、深圳碳交易中心、北京环境交易所、重庆碳交易所和福建碳交易所7个碳交易试点地区为研究对象，选取7个碳交易试点地区自2017年4月12日至2021年3月23日共732个交易日的碳配额收盘价数据。由于2021年4月之后的部分碳交易所的数据缺失，本研究只能基于此时间段的历史数据进行分析，尽管数据稍显滞后，但仍具有一定的参考价值。为确保数据的连贯性和完整性，本文对上述7个碳交易所的日碳配额收盘价数据进行了筛选和处理，采用“向前填充”的方法将没有开盘的数据填充为前一天的收盘价，并排除节假日及重大原因停盘等因素的影响，将收盘价作为连续数据，通过式(23)计算各个交易所的日收益率作为样本数据。根据Ardia等[31]的百分位估计法处理这些样本数据，得到7个碳交易所收益率的梯形可能性分布$\tilde{R}_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$。

$$R_{ij}=\left(P_{ij}-P_{ij-1}\right)\Big/P_{ij-1} \tag{23}$$

其中，R_{ij}表示第i个交易所在j时期的收益率；P_{ij}表示第i个交易所在j时期的收盘价；P_{ij-1}表示i个交易所在$j-1$时期的收盘价；$i=1,2,\cdots,7$；$j=1,2,3,\cdots,732$。

为了更好地理解碳市场的基本收益特征，为后续的投资组合优化提供重要的参考依据，本研究首先对各碳交易所的日收益率进行描述性统计分析，结果如表1所示。

表1　收益率描述性统计结果

碳交易试点地区	最大值	最小值	均值	方差	标准差	峰度	偏度
重庆	1.015	−0.657	0.001	0.017	0.130	10.893	1.222
湖北	0.143	−0.123	0.002	0.001	0.030	3.288	0.184
广州	0.407	−0.298	0.002	0.002	0.039	21.051	0.876
深圳	1.490	−0.409	0.003	0.012	0.109	46.724	3.378
北京	0.210	−0.216	0.001	0.002	0.048	3.320	0.185
上海	0.210	−0.216	0.001	0.002	0.048	3.294	0.192
福建	0.210	−0.285	0.001	0.004	0.060	0.510	−0.144

根据描述性统计结果，各碳交易所的收益率特征在均值、波动性、峰度和偏度等方面存在显著差异，反映了不同市场在风险与投资回报潜力上的分化。其中，深圳碳交易中心的均值较高，表现出一定的投资回报潜力，但其高标准差和峰度暗示了存在较大的碳市场波动风险。湖北碳交易中心波动性最小，收益比较稳定。广州碳交易所收益虽然在各碳交易所中处于中等水平，但其峰度和偏度都较高，表明在低波动的同时收益率分布中偏向正向极端收益事件，具有一定的上行潜力。北京环境交易所和上海环境能源交易所的收益率分布特征类似，波动性较低，较为稳定。重庆碳交易所虽显示出一定的投资回报潜力，但峰度较高，偏度也较大，表明收益分布虽偏向正向，但市场波动性较大，可能会带来较大的不确定性。福建碳交易所收益率均值最低，投资回报潜力相对较弱。基于各碳市场的收益和风险特征，进一步对本文所构建的投资组合优化模型进行求解，找到最优的配置策略，以实现收益与风险之间的合理平衡。

（二）投资组合模型的求解与分析

假设投资者从碳市场中选择上述7个碳交易所进行投资，风险资产的上下界限制分别为$l_i=0.0015$，$u_i=0.4000$，初始投资为0，即$x_i^0=(0,0,\cdots,0)$。在碳市场中，通常不存在严格意义上的无风险资产，但为了进行投资组合的分析和优化，常常借用传统金融市场中的无风险资产以及无风险利率的概念，并用实证分析帮助投资者更好地理解和管理碳市场中的投资与风险。本文运用改进人工蜂群算法进行求解，通过初始化种群、局部搜索、全局选择和生成新蜜源等步骤，最终输出全局最优解，即各碳交易所的最优投资比例。研究内容主要包括样本内研究和样本外研究两个部分。

1.样本内研究

样本内研究分为两个部分。首先，分析投资者期望收益率R_0变动时，投资组合的风险水平及资产投资比例的变动情况；其次，研究投资者风险厌恶程度变动时，投资组合的风险水平及投资比例的变动情况，并绘制有效前沿图，以展示不同条件下的最优投资组合。

第一，投资者预期收益率变动投资组合分析。随着投资者预期收益率R_0由0.01增长为0.03时投资组合风险的变动情况以及资产的投资比例变动情况见表2。可以看出，对于7个碳排放权交易所而言，随着投资者预期收益率的增加，投资组合的风险水平不断增加。这是因为当预期收益率较低时，投资者主要倾向于选择低风险的资产，以实现预期收益，所以此时的投资组合风险水平较小。然而，随着预期收益率的提高，投资者需要将更多的投资配置到高风险资产中，以满足其更高的收益需求，导致整体投资组合的风险水平也相应增加。

湖北碳交易中心的投资比例较高，特别是在低风险、低收益率目标下表现突出。根据描述性统计结果，湖北碳市场波动性最低，表现出较强的收益稳定性。这与湖北近年来在碳减排和低碳经济转型方面的努力密切相关。湖北的工业结构调整较为显著，在优化能源结构和减少工业排放方面取得了进展，使得其碳市场更具稳定性。这样稳健的市场特征符合低风险投资者的需求，因此在组合中获得了较大的配置比例。

广州碳交易所的收益率均值中等，但其峰度和正偏度较高，表明收益率分布偏向正向极端事件，具备一定的上行潜力。投资比例在低预期收益率目标下表现一般，但在中等和较高预期收益率目标下有显著的增长。在当前国家推进绿色经济的背景下，广州的碳市场活跃度较高，同时受到地方绿色低碳政策的大力支持，使其碳市场在低波动下表现出较强的投资吸引力。

深圳碳交易中心在高预期收益率下的投资比例显著增加。描述性统计结果显示其均值较高，同时波动性和峰度也显著偏高，这说明深圳碳市场具有高回报潜力，但同时伴随着较大的风险。这一特征反映了深圳作为中国经济发达地区，其碳市场活跃度较高，碳市场中的交易量相对较大。高交易量通常意味着更多的价格波动，因为买卖行为会频繁拉动价格上下浮动。碳市场的活跃可能导致较高的波动性，使得风险也随之增加，但也有机会获得较高的回报。这使得深圳碳交易所在高预期收益目标下具有较强的投资吸引力，符合风险偏好较高的投资者的需求。

北京环境交易所和上海环境能源交易所在不同预期收益率下的配置变化较为平稳，体现了这两个碳市场的收益稳定性和风险可控性。北京和上海作为国内一线城市，碳市场发展较为成熟，波动性相对较低，收益分布平稳。因此，北京碳市场和上海碳市场适合在投资组合中平衡整体风险与收益，不至于比重过高或过低，但在收益性方面没有湖北碳市场和深圳碳市场等地区具有竞争力。

重庆碳交易所和福建碳交易所的投资比例在组合中相对较低。这与两地的市场特征和发展现状相符。结合描述性统计分析结果，重庆碳交易所尽管偏度较高，有一定的正收益潜力，但其波动性和峰度较高，碳市场波动较大，可能出现极端事件，且碳市场活跃度相对较低。福建的收益均值最低，且偏度为负，显示出收益偏向负向的风险，加之其碳市场流动性较差，使其在低预期收益率下吸引力较小。因此，重庆和福建的碳市场相对不成熟，碳交易的流动性较差，买卖活动不如广州、深圳、湖北等其他地区碳市场活跃，投资者可能无法轻易地以合理价格买入或卖出碳排放配额。

这些结果表明，在投资决策过程中，投资者需要综合考虑预期收益、风险大小以及碳市场动态，以实现最优的资产配置策略。同时，特定碳市场的收益大小和风险特征在不同预期收益目标下的投资决策中起着至关重要的作用。高收益和低风险的平衡是实现理想投资回报的关键因素，投资者应根据实际市场表现和个人风险承受能力，灵活调整投资组合，以优化其投资效用。

表2 R_0变动时投资组合的风险水平及资产的投资比例统计结果

R_0	各交易所投资比例和风险水平							
	重庆	湖北	广州	深圳	北京	上海	福建	风险水平
0.010	0.010	0.224	0.167	0.224	0.188	0.128	0.059	0.101
0.013	0.020	0.196	0.148	0.260	0.178	0.149	0.049	0.102
0.015	0.030	0.274	0.178	0.283	0.110	0.113	0.012	0.104
0.018	0.018	0.240	0.219	0.240	0.163	0.054	0.066	0.105
0.020	0.009	0.165	0.256	0.256	0.117	0.121	0.076	0.105
0.023	0.044	0.123	0.237	0.359	0.084	0.120	0.033	0.110
0.025	0.019	0.172	0.236	0.236	0.157	0.113	0.067	0.111
0.028	0.015	0.160	0.144	0.301	0.075	0.223	0.082	0.112

第二，投资者风险偏好变动投资组合分析。在研究风险偏好对投资组合决策的影响时，分析风险厌恶系数λ取值从0.2到0.8时投资组合的变化情况，计算了各资产的投资比例及其收益风险特征。研究结果如表3所示，随着风险厌恶系数的增加，投资组合的收益率从0.061下降到0.037，同时风险水平也从0.124下降到0.089。这表明随着投资者的风险厌恶程度提高，他们更倾向于选择低风险、低收益的资产配置。这符合投资组合理论，即高风险厌恶投资者更倾向于减少风险，以获得更稳定的收益。

表3　风险偏好变动时投资组合表现及投资比例统计结果

λ	各交易所投资组合表现和投资比例								
	重庆	湖北	广州	深圳	北京	上海	福建	收益率	风险水平
0.2	0.008	0.137	0.265	0.381	0.066	0.133	0.010	0.061	0.124
0.3	0.009	0.231	0.178	0.300	0.095	0.139	0.048	0.056	0.109
0.4	0.003	0.228	0.167	0.223	0.162	0.128	0.089	0.049	0.099
0.5	0.043	0.180	0.195	0.170	0.152	0.163	0.097	0.043	0.093
0.6	0.081	0.157	0.188	0.164	0.142	0.139	0.129	0.040	0.090
0.7	0.099	0.174	0.194	0.153	0.140	0.124	0.116	0.039	0.090
0.8	0.093	0.151	0.156	0.138	0.163	0.165	0.134	0.037	0.089

进一步分析各资产的投资比例，可以发现7个碳交易所的资产配置比例随风险厌恶系数的变化有所不同。当风险厌恶系数逐渐增大时，深圳碳交易中心和和广州碳交易所投资比例逐渐减少，而湖北碳交易所投资比例相对增加，这也与上一部分收益率变动时各碳排放权交易所变化的特性一致。具体来看，当低风险厌恶系数时，投资者更倾向于深圳碳交易中心。以风险厌恶系数为0.2为例，此时的最优投资组合为深圳碳交易中心占比38.1%、广州碳交易所占比26.5%、湖北碳交易中心占比13.7%、上海环境能源交易所占比13.3%，其他地区碳交易所占比之和为8.4%。随着风险厌恶系数的提升至中等水平，碳交易所的投资比例有所变化。当风险厌恶系数为0.5时，此时深圳碳交易中心的投资比例减少大约21.1%；相反，湖北碳交易中心和上海环境能源交易所的投资比例分别增加大约4.3%和3%。在高风险厌恶系数下，投资者则倾向于分散到湖北、广州、北京和上海等碳市场，这与现代投资理论的结果也是一致的，即风险小的投资是一个分散化的投资组合。

这种资产投资比例的变化揭示了投资者在风险与回报之间的权衡，根据投资比例变化画出的资产组合有效边界曲线，如图2所示，同时呈现了投资组合的所有可能配置以及各风险厌恶系数对应的最优投资组合。通过点的位置和分布，可以看到投资组合如何在不同的风险偏好下平衡回报与风险，揭示了风险与收益之间的直接关系，也提供了调整风险偏好策略以适应不同碳市场条件的见解。随着风险厌恶系数的增加，最优投资组合逐渐分散到更多低波动的碳市场，这一策略在碳市场上尤其重要。碳市场受政策、经济周期、行业变化的影响较大，分散投资可以有效降低单一市场波动对整个组合的影响。

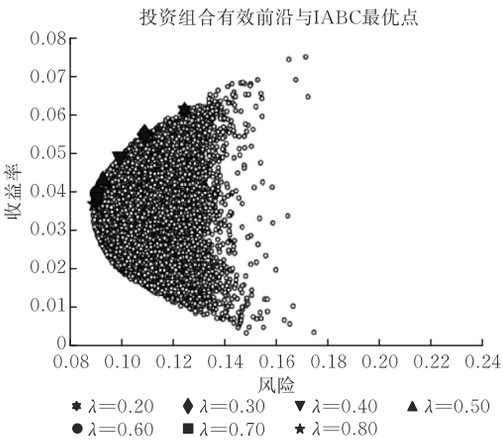


图2　不同风险厌恶系数下最优碳资产配置的有效边界曲线

基于上述对不同预期收益率和风险厌恶系数下的投资组合分析，可总结出两点见解。首先，各碳交易所的收益率特征在均值、波动性、峰度和偏度方面存在显著差异，展现出不同的风险和回报特性。深圳碳交易中心具有较高的收益潜力，但其波动性和峰度也较高，显示出较大的碳市场波动风险。湖北碳交易中心的收益稳定且波动性较低，表现出较强的资产稳健性，适合作为风险较低的配置对象。广州碳交易所的收益均值处于中等水平，峰度和正偏度较高，既能保持较低波动性，又具备一定的上行潜力，是一个平衡回报与风险的碳市场。此外，北京和上海的碳市场整体表现稳定，适合作为平衡风险的市场选择，而重庆和福建的碳市场由于波动较大且回报潜力较弱，在投资组合中的配置权重相对较低。其次，不同类型的投资者可根据自身的风险偏好和收益需求，采取差异化的投资策略。对于高风险偏好的投资者，可以优先考虑将资金集中配置在深圳碳交易中心，将部分资金分散在波动性相对较低的广州、湖北和上海等碳市场，以平衡整体组合的波动性。这种组合策略既能追求深圳碳市场的高回报，又能通过适度的分散投资来降低部分风险。对于风险厌恶的投资者可以优先将资金配置在湖北、广州、北京和上海等低波动性碳市场。这些碳

市场的收益相对稳定，能够为投资组合提供较好的风险防御，以实现稳定投资回报。

2.样本外检验

样本外检验是采用滚动窗口法对投资组合模型的有效性进行验证。通过计算均值—方差投资组合模型、可能性均值—半绝对偏差投资组合模型的夏普比率、下行风险和索提诺比率，评估投资组合模型的有效性。比较两个模型在实际投资中的表现，可以验证可能性均值—半绝对偏差投资组合模型在降低风险和提高收益方面的优越性。

本文运用Gelmini等[32]提出的滚动窗口法检验投资组合模型的有效性。整个数据集包含所有$T=732$个交易日的数据，使用固定长度$W=200$的窗口进行估计。从$t=W+1$开始，使用前W个交易日的数据作为初始滚动窗口来估计模型的参数，基于这些参数预测下1个交易日的参数，并记录该预测结果。每完成1次预测后，窗口向前滚动1天，即窗口的起始日从$t=W+1$滚动到$t=W+2$，依此类推，保持窗口长度不变，直至窗口的结束日为T。为验证本文提出的模型是否优于均值—方差投资组合优化模型，本文将两种模型在样本外的夏普比率、索提诺比率和下行风险进行对比，以此检验所提模型的有效性。夏普比率(sha)和索提诺比率(sor)的计算公式如下所示：

$$sha=\left(r_p-r_f\right)/\sigma_p \tag{24}$$

$$sor=\left(r_p-r_f\right)/\sigma_p^- \tag{25}$$

其中，r_p为最优投资组合收益，σ_p为最优投资组合的标准差，σ_p^-为最优投资组合的下偏标准差。

均值—方差投资组合模型与可能性均值—半绝对偏差投资组合模型的夏普比率如图3所示。从中可以看出，可能性均值—半绝对偏差模型的夏普比率显著高于均值—方差模型的夏普比率。这表明可能性均值—半绝对偏差模型在风险控制和收益获取方面更优，尤其是在市场波动较大的时期。但由于夏普比率无法识别收益的波动性特征，所以本文进一步用下行风险和索提诺比率这两个指标来评估投资组合模型的有效性。

均值—方差模型与可能性均值—半绝对偏差投资组合模型的下行风险指标如图4所示。从中可以看出，均值—方差模型的下行风险显著高于可能性均值—半绝对偏差投资组合模型。此外，可能性均值—半绝对偏差投资组合模型在整个样本期间内表现出更为稳定的下行风险水平。这说明可能性均值—半绝对偏差投资组合模型在防范碳市场风险、保护投资者利益方面表现更优。

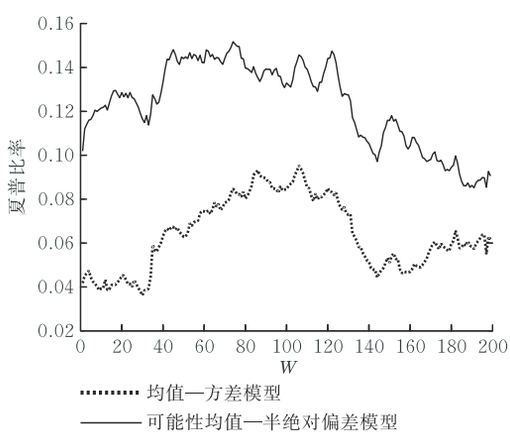


图3 不同投资组合优化模型在样本外阶段的夏普比率比较结果

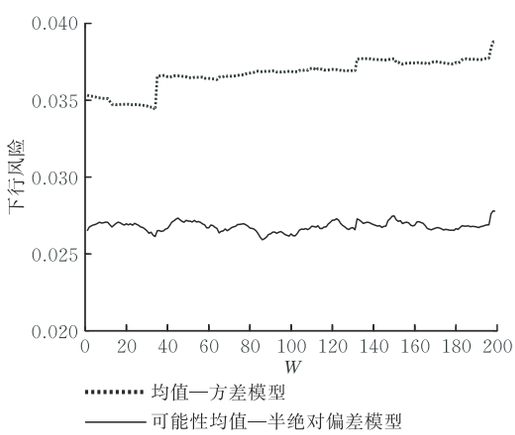


图4 不同投资组合优化模型在样本外阶段的下行风险比较结果

均值—方差模型与可能性均值—半绝对偏差投资组合模型的索提诺比率指标如图5所示。可以看出，可能性均值—半绝对偏差投资组合模型的索提诺比率明显高于均值—方差模型的索提诺比率，这表明可能性均值—半绝对偏差投资组合模型在面对碳市场下行阶段表现出较强的稳定性，能较好地保护投资者免受严重损失。

由此可见，通过比较均值—方差投资组合模型和可能性均值—半绝对偏差投资组合模型在夏普比

率、下行风险和索提诺比率3个指标上的表现，本文提出的可能性均值—半绝对偏差投资组合模型显得更为有效。可能性均值—半绝对偏差模型不仅在风险控制和收益优化方面表现突出，而且在碳市场下行阶段展现出更高的稳定性和可靠性。表明在实际投资中的应用价值更高，为投资者提供了更为有效的风险管理和收益优化策略。

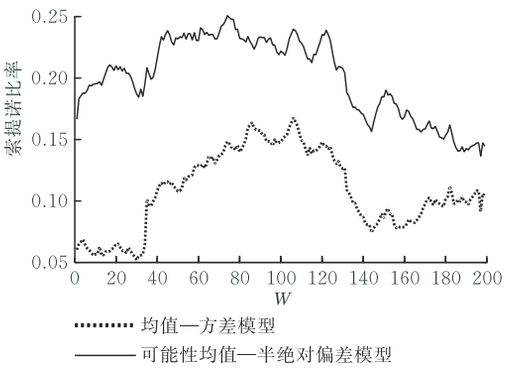


图5　不同投资组合优化模型在样本外阶段的索提诺比率比较结果

五、结论与启示

本文通过采用模糊变量描述资产的收益及风险，构建了考虑现实约束的可能性均值—半绝对偏差投资组合优化模型，运用改进人工蜂群算法进行求解。研究基于7个碳交易所的有效工作日碳配额收盘价数据，通过样本内和样本外检验，探讨了投资者预期收益率及风险偏好变动时对投资组合的影响，研究结果表明：

第一，随着投资者预期收益率的增加，投资组合的风险也随之增加，各交易所的投资比例相应调整。这表明，在投资决策过程中，投资者需要综合考虑预期收益、风险大小以及市场动态，以实现最优的资产配置策略。同时，特定市场的收益表现和风险特征在不同预期收益目标下的投资决策中起着至关重要的作用。高收益和低风险的平衡是实现理想投资回报的关键因素，投资者应根据实际市场表现和个人风险承受能力，灵活调整投资组合，以优化其投资效用。

第二，随着风险厌恶系数的增加，投资组合的风险、收益以及资产的投资比例也发生变化。这表明投资者在决定其在碳交易所的投资组合时，不仅仅是基于当前的碳市场条件，更是一个对未来碳市场发展趋势的预判。因此，理解这一动态对于构建风险敏感且收益最大化的投资策略至关重要。样本外检验通过滚动窗口法对比了可能性均值—半绝对偏差投资组合模型与均值—方差投资组合模型的夏普比率、索提诺比率和下行风险，结果显示，可能性均值—半绝对偏差投资组合模型更具有优越性。

本文通过构建一个考虑现实约束的可能性均值—半绝对偏差投资组合优化模型，结合改进的人工蜂群算法，揭示了不同风险偏好和预期收益下投资组合的动态调整策略。本文的探究结果能为实际投资者提供一定的指导。首先，通过投资组合优化模型，投资者可以有效配置资本，选择合适的碳交易所进行投资。这种优化的投资方式能够引导更多的资本流入碳交易市场，从而满足低碳、绿色项目的融资需求，为低碳经济发展提供更强的资本支持。其次，碳市场由于政策、市场波动等因素，其风险和收益特征各异。通过投资组合优化，可以在不同碳交易所之间分散投资，有效控制整体风险。在当前碳市场机制逐步完善但仍具有不确定性的政策环境下，优化投资组合模型可以帮助投资者更有信心进入碳市场，稳定市场波动，推动碳交易的成熟发展。最后，碳市场投资组合优化研究能够推动碳市场的金融创新，鼓励相关机构推出更多碳金融产品，如碳指数基金、碳期货和碳债券等，满足投资者多样化的需求。

参考文献：

[1] 姚鼎，帅安琪，杨爱军. 基于得分驱动模型的广东和湖北两省碳排放权交易市场波动特征研究[J]. 数学的实践与认识，2022，52(12)：267-274.
YAO D，SHUAI A Q，YANG A J. Volatility characteristics of carbon emission trading markets in Guangdong and Hubei provinces based on a score-driven model[J]. Practice and Understanding of Mathematics，2022，52(12)：267-274.

[2] 温慧愉，杜佳月，高昊宇，等. 碳市场激励下的企业ESG表现：来自中国碳排放权交易试点的经验证据[J]. 金融研究，2024，67(10)：95-112.
WEN H Y，DU J Y，GAO H Y，et al. Corporate ESG performance under carbon market incentives：empirical evidence from China's carbon emission trading pilots[J]. Financial Research，2024，67(10)：95-112.

[3] 张兴祥，孙赛杰. 碳排放权交易政策能否促进碳减排：基于地级市面板数据的研究[J]. 南开经济研究，2024，40(2)：160-178.

ZHANG X X, SUN S J. Can carbon emission trading policies promote carbon reduction: a study based on prefecture-level panel data[J]. Nankai Economic Studies, 2024, 40(2): 160-178.

[4] CHEN Z H, HE Y, LIAO N. Can carbon emission trading policy enhance the synergistic emission reduction of carbon dioxide and air pollutants? A comparative study considering different pollutants[J]. Energy, 2024, 305(20): 132364.

[5] SHAN P, ZHANG Y, ZHANG L, et al. The impact of carbon trading pilots on carbon emission reduction in China's power industry: a study using the generalized synthetic control method[J]. Energy Reports, 2025, 13(1): 3605-3615.

[6] 黄向岚,张训常,刘晔.我国碳交易政策实现环境红利了吗?[J].经济评论,2018,39(6):86-99.
HUANG X L, ZHANG X C, LIU Y. Has China's carbon trading policy delivered environmental dividends?[J]. Economic Review, 2018, 39(6): 86-99.

[7] 刘传明,孙喆,张瑾.中国碳排放权交易试点的碳减排政策效应研究[J].中国人口·资源与环境,2019,29(11):49-58.
LIU C M, SUN Z, ZHANG J. The carbon reduction policy effect of China's carbon emission trading pilot[J]. China Population, Resources and Environment, 2019, 29(11): 49-58.

[8] 梁军,李佳艺.碳交易是否提升了城市绿色全要素生产率?[J].上海经济研究,2023,42(3):97-114.
LIANG J, LI J Y. Has carbon trading improved urban green total factor productivity?[J]. Shanghai Economic Review, 2023, 42(3): 97-114.

[9] 谭静,张建华.碳交易机制倒逼产业结构升级了吗:基于合成控制法的分析[J].经济与管理研究,2018,39(12):104-119.
TAN J, ZHANG J H. Has the carbon trading mechanism forced industrial structure upgrading: an analysis based on the synthetic control method[J]. Economic and Management Research, 2018, 39(12): 104-119.

[10] 邵帅,李兴.市场导向型低碳政策能否推动经济高质量发展:来自碳排放权交易试点的证据[J].广东社会科学,2022,39(2):33-45.
SHAO S, LI X. Can market-oriented low-carbon policies promote high-quality economic development: evidence from carbon emission trading pilots [J]. Guangdong Social Sciences, 2022, 39(2): 33-45.

[11] BATTEN J A, MADDOX G E, YOUNG M R. Does weather, or energy prices, affect carbon prices?[J]. Energy Economics, 2021, 96(4): 105016.

[12] LIU Z B, HUANG S. Carbon option price forecasting based on modified fractional Brownian motion optimized by GARCH model in carbon emission trading[J]. The North American Journal of Economics and Finance, 2021, 55(1): 101307.

[13] ORTIZ R, CONTRERAS M, MELLADO C. Regression, multicollinearity and Markowitz[J]. Finance Research Letters, 2023, 58(8): 104550.

[14] HOSSEINI-NODEH Z, KHANJANI-SHIRAZ R, PARDALOS P M. Portfolio optimization using robust mean absolute deviation model: Wasserstein metric approach[J]. Finance Research Letters, 2023, 54(4): 103735.

[15] SEHGAL R, JAGADESH P. Data-driven robust portfolio optimization with semi mean absolute deviation via support vector clustering[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 224(14): 120000.

[16] VERCHER E, BERMÚDEZ J D. Portfolio optimization using a credibility mean-absolute semi-deviation model[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(20): 7121-7131.

[17] YU B, ZHENG Z J, CAI M J, et al. FRCM: a fuzzy rough c-means clustering method[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2024, 480(7): 108860.

[18] KHARRIM M. Multi-period fuzzy portfolio optimization model subject to real constraints [J]. EURO Journal on Decision Processes, 2023, 11(1): 100041.

[19] 张鹏,叶书宁.具有心理账户的随机模糊均值—半绝对偏差投资组合优化研究[J].模糊系统与数学,2022,36(3):154-163.
ZHANG P, YE S N. Portfolio optimization with stochastic fuzzy mean-semi absolute deviation under mental account theory[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2022, 36(3): 154-163.

[20] 刘勇军,伍健栋,张卫国.具有灵活时间期限的混合投资组合优化模型[J].中国管理科学,2024,32(1):23-30.

LIU Y J，WU J D，ZHANG W G. A hybrid portfolio optimization model with flexible time horizons[J]. Chinese Journal of Management Science，2024，32(1)：23-30.

[21] JALOTA H，MANDAL P K，THAKUR M，et al. A novel approach to incorporate investor's preference in fuzzy multi-objective portfolio selection problem using credibility measure[J]. Expert Systems with Applications，2023，212(2)：118583.

[22] ZHANG Y，LIU W L，YANG X Y. An automatic trading system for fuzzy portfolio optimization problem with sell orders[J]. Expert Systems with Applications，2022，187(1)：115822.

[23] GONG X M，MIN L Y，YU C R. Multi-period portfolio selection under the coherent fuzzy environment with dynamic risk-tolerance and expected-return levels[J]. Applied Soft Computing，2022，114(1)：108104.

[24] DYMOVA L，KACZMAREK K，SEVASTJANOV P. A new approach to the bi-criteria multi-period fuzzy portfolio selection[J]. Knowledge-Based Systems，2021，234(24)：107582.

[25] PAHADE J K，JHA M. A hybrid fuzzy-SCOOT algorithm to optimize possibilistic mean semi-absolute deviation model for optimal portfolio selection[J]. International Journal of Fuzzy Systems，2022，24(4)：1958-1973.

[26] LI X，ZHANG S P，SHAO P. Discrete artificial bee colony algorithm with fixed neighborhood search for traveling salesman problem[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence，2024，131(5)：107816.

[27] SONG X Y，ZHAO M，XING S Y. A multi-strategy fusion artificial bee colony algorithm with small population[J]. Expert Systems with Applications，2020，142(4)：112921.

[28] DENG Y L，XU H F，WU J. Optimization of blockchain investment portfolio under artificial bee colony algorithm[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics，2021，385(5)：113199.

[29] 石建平，徐永驰，古训，等. 面向冗余机械臂逆运动学问题的人工蜂群算法改进[J]. 机械工程学报，2024，60(15)：60-70.
SHI J P，XU Y C，GU X，et al. An improved artificial bee colony algorithm for the inverse kinematics problem of redundant manipulators[J]. Journal of Mechanical Engineering，2024，60(15)：60-70.

[30] 李智勇，黄滔，陈少淼，等. 约束优化进化算法综述[J]. 软件学报，2017，28(6)：1529-1546.
LI Z Y，HUANG T，CHEN S M，et al. A survey of constrained optimization evolutionary algorithms[J]. Journal of Software，2017，28(6)：1529-1546.

[31] ARDIA D，GUIDOTTI E，KROENCKE T A. Efficient estimation of bid-ask spreads from open，high，low，and close prices[J]. Journal of Financial Economics，2024，161(11)：103916.

[32] GELMINI M，UBERTI P. The equally weighted portfolio still remains a challenging benchmark[J]. International Economics，2024，179(3)：100525.

[本刊相关文献链接]

[1] 袁航，夏杰长. 国家低碳政策协同与中国产业低碳转型[J]. 当代经济科学，2025，47(2)：82-96.

[2] 李治国，孔维嘉，李兆哲. 制造业企业数字化转型的碳绩效：内在机制与经验证据[J]. 当代经济科学，2024，46(4)：100-111.

[3] 胡浩然，宋颜群. 市场激励型环境规制与企业风险承担：以碳排放权交易试点政策为例[J]. 当代经济科学，2024，46(4)：73-87.

[4] 刘华军，张一辰. 减污降碳协同效应的生成逻辑、内涵阐释与实现方略[J]. 当代经济科学，2024，46(3)：32-44.

[5] 王遥，张广逍. 转型金融：内涵、框架与未来展望[J]. 当代经济科学，2024，46(3)：1-17.

[6] 刘泓汛，陈佳琪，彭千芸，等. 中国家庭能源转型的环境—健康—低碳效益及经济成本[J]. 当代经济科学，2024，46(1)：88-103.

[7] 车树林，石奇. "双碳"目标下的金融摩擦与宏观审慎政策效应[J]. 当代经济科学，2023，45(6)：14-28.

[8] 冯素玲，许德慧，张榕. 数字金融发展如何赋能二氧化碳减排：来自地级市的经验证据[J]. 当代经济科学，2023，45(4)：15-28.

编辑：郑雅妮，高原

Portfolio Optimization Strategies in China's Carbon Market: A Study Based on the Possibility Mean-Semi-Absolute Deviation Model

DONG Xinyue, LYU Yanan, ZHANG Jinliang

School of Economics and Management, North China Electric Power University, Beijing 102006, China

Summary Current research on carbon markets primarily focuses on carbon emission reduction effects and economic impact assessments, with relatively limited research on carbon market investment. Carbon emissions trading is an important tool for addressing climate change and promoting low-carbon transformation. Investment in the carbon market can promote optimal resource allocation, balance risk and return, and improve investment efficiency. Therefore, research on portfolio optimization in the carbon market is not only a means of risk management, but also an important approach to promote carbon market maturity and achieve sustainable investment goals.

This paper focuses on portfolio optimization in China's carbon market. First, based on the carbon price data from seven carbon emissions trading pilot regions in China from 2017 to 2021, a possibility mean-semi-absolute deviation portfolio optimization model is constructed considering realistic constraints. The model introduces trapezoidal fuzzy numbers to address asset uncertainty, measuring expected returns by possibility mean and risk by possibility semi-absolute deviation. Second, an improved artificial bee colony algorithm (IABC) is designed to solve the constructed model and enhance solution efficiency. Finally, the empirical study conducts both in-sample analysis and out-of-sample testing. The in-sample analysis explores optimal carbon asset allocation strategies for investors under different expected returns and risk preferences, while out-of-sample testing employs a rolling window method to compare the performance of the proposed model with the classical mean-variance model in terms of Sharpe ratio, downside risk, Sortino ratio, and other metrics, verifying the effectiveness and robustness of the model. The results show significant differences in returns, volatility, skewness, and other factors among China's seven carbon emissions trading pilot markets. As expected returns increase, investment risk rises synchronously, and the allocation proportion to high volatility carbon market increases. When risk aversion level rises, funds flow more toward carbon markets with stable returns. Investors should dynamically adjust their asset allocation structure according to risk appetite and expected returns. Out-of-sample tests demonstrate that the model and algorithm have significant advantages in reducing portfolio downside risk and enhancing investment robustness.

Compared with previous literature, this paper contributes in the following three aspects: First, through the portfolio optimization model, investors can effectively allocate capital and choose appropriate carbon emissions exchanges for investment. This optimized investment approach can guide more capital into the carbon trading market, supporting financing needs of low-carbon and green projects and providing stronger capital support for low-carbon economic development. Second, carbon markets have different risk and return characteristics due to policy, market fluctuations, and other factors. Through portfolio optimization, investments can be diversified across different carbon emission exchanges to effectively control overall risk. Finally, research on carbon market portfolio optimization can promote financial innovation in the carbon market and encourage the introduction of more carbon financial products, such as carbon index funds, carbon futures and carbon bonds, to meet investors' diverse needs.

This study provides theoretical support for optimal portfolio research in the carbon market, offers decision-making reference for investors participating in the carbon market, and contributes to the healthy development of China's carbon market.

Keywords carbon market; carbon emissions trading; investment portfolios; artificial bee colony algorithm; possibility mean-semi-absolute deviation model