文章编号:1000-5854(2026)04-0399-08

基于量子支持向量机模型的 AI 生成图像识别研究

戈 杨[1], 何英秋[1], 官爱强[1], 丁 东[1,2]

(1.应急管理大学 理学院,河北 廊坊 065201; 2.脑机接口技术应用应急管理部重点实验室,河北 廊坊 065201)

摘 要:随着量子技术的发展,量子机器学习在图像识别领域中有着巨大的应用潜力.聚焦于量子支持向量机在识别人工智能(artificial intelligence,AI)生成图像这一具体问题上的应用,在有限的量子比特条件下,探索主成分分析特征降维和超参数调优对量子支持向量机算法评价指标的影响.结果表明,与经典支持向量机相比,应用量子支持向量机明显提升了准确率、精确率、召回率和 F1 分数;量子支持向量机算法特征降维效果显著,并且对超参数的选择表现出令人满意的鲁棒性.

关键词:量子机器学习; 量子支持向量机; 图像识别

中图分类号:O 413.1 **文献标志码**:A **DOI**:10.13763/j.cnki.jhebnu.nse.202601009

Research of recognition of AI-generated images based on quantum support vector machine model

Ge Yang[1], He Yingqiu[1], Guan Aiqiang[1], Ding Dong[1,2]

(1.School of Science, University of Emergency Management, Langfang Hebei 065201, China; 2.Key Laboratory of Brain-Computer Interface Technology Application of the Ministry of Emergency Management, Langfang Hebei 065201, China)

Abstract: With the development of quantum technology, quantum machine learning holds immense potential for applications in the field of image recognition. This paper focuses on the application of quantum support vector machines for the specific task of identifying AI-generated images. For a limited number of qubits, we explored the impact of principal component analysis for feature dimensionality reduction and hyperparameter tuning on the performance metrics of the quantum support vector machine algorithm. The results indicate that, compared to classical support vector machines, the application of quantum support vector machines significantly improved accuracy, precision, recall, and F1 scores. Furthermore, the feature dimensionality reduction for the quantum support vector machine algorithm proved to be highly effective, and the quantum algorithm demonstrated satisfactory robustness to the selection of hyperparameters.

Key words: quantum machine learning; quantum support vector machine; image recognition

近年来,人工智能(artificial intelligence,AI)生成内容技术快速发展,大量的 AI 生成图片在社交媒体、艺术创作和商业应用中广泛传播[1].当这些 AI 生成图片无限接近真实图片时,人们对图片真实性的判别会越来越困难,所以 AI 生成图片的识别成为了信息安全领域中的一个重要内容.另外,基于人工智能技术的机

收稿日期:2025-09-03; **修回日期**:2025-10-16

基金项目:河北省高等教育教学改革研究与实践项目(2021GJJG482); 河北省中央引导地方科技发展资金(246Z0902G); 河北省高层次人才基金(C20221068)

作者简介:戈 杨(2002-),女,江苏南京人,研究方向为数据科学与大数据.

通信作者:丁 东(1980-),男,教授,硕士生导师,研究方向为量子计算与量子保密通信.E-mail:dingdong@ncist.edu.cn

器学习能够通过大量数据训练对图片进行特征提取与分类器优化，进而可以对 AI 生成图片做出有效区分.然而，传统机器学习在高维数据处理、复杂特征映射和计算效率等方面存在一定困难，主要归因于其对特征工程的依赖、计算资源的限制以及数据质量的敏感性等.

随着量子信息技术的飞速发展，基于量子叠加与纠缠特性的量子机器学习展现了对数据的高效处理能力，这也为突破经典机器学习算法的性能限制提供了新的思路[2-4].2013 年，Lloyd 等[5]提出了用于二元分类的量子支持向量机(quantum support vector machine，QSVM)算法，这是一种基于量子核方法的监督学习算法，可以通过量子态的内积运算实现高效的模式识别.随后，Li 等[6]应用 QSVM 算法，借助 4 个量子比特成功区分出了数字 6 和数字 9，为经典支持向量机(support vector machine，SVM)算法提供了指数级加速.在此基础上，Rana 等[7]对 QSVM 和 SVM 在手写字符识别方面的性能进行了比较研究，研究表明 QSVM 可以加快运行速度并提高正确性.Wang 等[8]利用量子支持向量机对图像进行分类，同样取得了较高的准确率，也充分验证了量子机器学习在图像识别任务中的有效性.最近，Miroszewski 等[9]将 QSVM 应用于多光谱卫星图像的云检测任务.Rodriguez-Grasa 等[10]研究表明，QSVM 在卫星图像分类任务中通过量子核映射技术使分类准确率较经典 SVM 算法提高 12%.

量子算法具有并行计算能力[11-12]，QSVM 借助于量子并行性来优化核函数计算，所以量子机器学习有望克服经典机器学习中存在的困难.本文基于量子机器学习研究 AI 生成图像的识别问题，采用主成分分析(principal component analysis，PCA)对特征进行大幅度降维，在资源受限的计算环境中验证降维后 QSVM 算法的有效性.结果表明，通过 PCA 降维后的 QSVM 算法在保持较高分类性能的同时，显著降低了计算资源需求.此外，进一步对比分析了 SVM 与 QSVM 对超参数调优的依赖程度.基于量子核函数的 QSVM 对超参数选择表现出较强的鲁棒性，这一特性为量子机器学习模型在实际应用中的稳定性提供了理论支持.

1　量子支持向量机模型

QSVM 是一种基于量子计算特性对数据进行处理和分类的机器学习模型.图像预处理模块用于对接收的图像数据进行数据预处理，包括统一灰度化单元、尺寸标准化单元、PCA 降维单元和归一化处理单元；量子计算模块用于计算核矩阵，包括数据编码层、量子演化层和量子测量层；经典计算模块负责整体的流程控制、优化和最终决策，包括生成核矩阵、经典 SVM 训练和输出预测.QSVM 原理示意图，如图 1 所示.

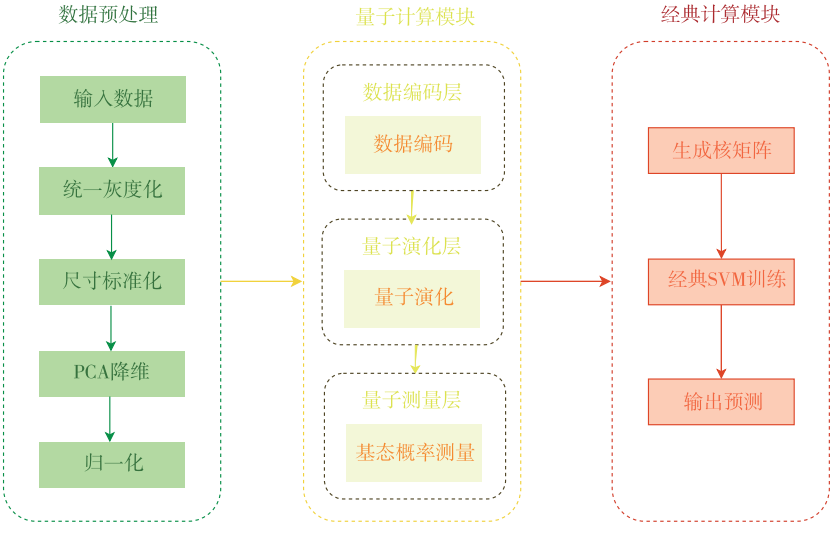

图 1　量子支持向量机原理示意图

Fig.1　Quantum support vector machine principle diagram

1.1　*数据编码层*

数据编码层的主要任务是将经典数据映射到量子态中，量子编码是其核心步骤.目前主流的量子编码方式有 4 种，分别是基态编码、角度编码、振幅编码和哈密顿量编码.针对图像识别和分类问题，在选择编码时需要考虑处理连续、高维数据，在资源消耗与信息保留间寻求平衡.采用角度编码，角度编码可以将像素强度映射为旋转角度，n 维数据对应 n 个量子比特，在保留了原始数据分布的同时减少维度压缩损失.

量子计算中基本的信息单元为量子比特[11].一个处于量子叠加状态的量子比特通常表示为

$$|\varphi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle. \tag{1}$$

其中,a 和 b 是量子态叠加系数,满足归一化条件 $|a|^2+|b|^2=1$.角度编码过程中,首先将输入数据样本 x 的每个特征分量 $x[k]$ 映射为量子比特的旋转角度 θ_k,$k=1,2,\cdots,n$;然后,对每个量子比特 k 执行量子旋转门 $\boldsymbol{R}_x(\theta_k)$ 操作,其中

$$\boldsymbol{R}_x(\theta_k)=\begin{pmatrix} \cos(\theta_k/2) & -\mathrm{i}\sin(\theta_k/2) \\ -\mathrm{i}\sin(\theta_k/2) & \cos(\theta_k/2) \end{pmatrix}. \tag{2}$$

需要注意的是,角度编码对经典数据有一定的要求,输入参数的维度必须等于量子比特数,否则会触发维度错误;旋转角度 θ_k 取值范围为$[-\pi,\pi]$,以此避免角度溢出导致的相位混乱.量子编码过程中没有引入量子纠缠门,可以降低噪声的敏感性.

1.2 量子演化层

封闭量子系统中的量子态演化用幺正算子表示.对任意幺正算子 $\boldsymbol{U}$,满足

$$\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}^{\dagger}=\boldsymbol{U}^{\dagger}\boldsymbol{U}=\boldsymbol{I}, \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{U}^{\dagger}=(\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}})^{*}$ 是算子 $\boldsymbol{U}$ 的共轭转置,也是 $\boldsymbol{U}$ 的逆操作.显然,用于实现角度编码的量子旋转门 $\boldsymbol{R}_x(\theta_k)$ 为幺正算子.

QSVM 模型中,核函数是一种重要的工具,用于处理高维数据并解决非线性问题.作为一种特殊函数,核函数用于计算 2 个数据点在高维特征空间中的内积,其定义如下:

$$K(x_a,x_b)=|\langle\varphi(x_a)\,|\,\varphi(x_b)\rangle|^2, \tag{4}$$

其中,x_a 和 x_b 代表参与核计算的 2 个任意数据点,$|\varphi(x_i)\rangle$ 是将数据点 $x_i(i=a,b)$ 映射到高维特征空间的映射函数.量子态内积的性质保证了核函数的数学性质

$$K(x_a,x_b)=K(x_b,x_a). \tag{5}$$

量子演化层的目的是对数据点 x_b 执行逆编码,即执行 $[\boldsymbol{R}_x(\theta_k)]^{\dagger}=\boldsymbol{R}_x(-\theta_k)$.数据编码层和量子演化层形成了对称的级联结构.通过核函数的定义,可以计算 2 个数据点 x_a 和 x_b 的相似度.若 $x_a=x_b$,则根据幺正性 $\boldsymbol{R}_x(\theta_k)\boldsymbol{R}_x(-\theta_k)=\boldsymbol{I}$,量子态保持不变;若 $x_a\neq x_b$,则量子演化后量子态相位改变,旋转角度与输入数据特征相关.

1.3 量子测量层

量子测量层实现对量子态的测量,用于计算核函数值.常见的测量方法有基态概率测量和期望值测量,期望值测量需要多次重复测量,而基态测量仅需执行一次.本文选用基态概率测量,初始量子态经数据编码和量子演化层处理后,用基态概率直接反映 2 个量子态的重叠程度.

在基态概率测量中,通过投影测量将量子态投影到基态对应的子空间,然后计算该子空间中各量子态的概率分布.基态投影测量算子,一般表示为

$$\boldsymbol{M}_0=|0\rangle\langle 0|^{\otimes n}, \tag{6}$$

对于任意 n 量子比特系统$|\varphi\rangle$,测量结果对应的概率为

$$P(0)=\mathrm{Tr}(\boldsymbol{M}_0\,|\varphi\rangle\langle\varphi|). \tag{7}$$

具体地,当 $x_a=x_b=x$ 时,$K(x,x)=1$,测量结果概率为 1;当 $x_a\neq x_b$ 时,测量结果概率小于 1,数据拥有完美自相似性.

实际应用中,首先对每一对数据点 (x_a,x_b) 运行量子电路获取基态概率 $K(x_a,x_b)$,将预计算的核矩阵输入 SVM,在高维特征空间构建分类超平面.这里,训练核函数矩阵为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{train}}[i,j]=K(x_i^{\mathrm{train}},x_j^{\mathrm{train}}), \tag{8}$$

其中 i 和 j 是训练样本的索引,x_i^{train} 表示训练集的第 i 个样本点,x_j^{train} 表示训练集的第 j 个样本点.测试核函数矩阵定义为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{test}}[i,j]=K(x_i^{\mathrm{test}},x_j^{\mathrm{test}}). \tag{9}$$

单次核值计算的时间复杂度是 $O(n)$,完整核函数矩阵的时间复杂度是 $O(m^2n)$,其中 n 为量子比特数,m 为样本数.

2 特征降维与超参数调优

量子机器学习中,如果将原始数据特征直接映射会导致量子态空间维度远超当前量子硬件的物理可实现范围.通过 PCA 等降维技术将特征压缩至量子硬件可承载的维度,使量子电路实现成为可能.超参数调优在 SVM 模型中尤为关键,核函数的参数选择直接影响特征空间中的决策边界构造,通过网格搜索在降维后的低维参数空间中定位最优核参数,实现最大间隔分类器的性能最优化.

2.1 特征降维

特征降维是将高维数据投影到低维子空间的过程,其数学本质是寻找映射函数,在保留数据主要结构的前提下最小化信息损失.在机器学习中,当数据集的特征数很多时,通常会面临"维度灾难"的问题,此时特征降维便尤为重要.

这里采用 PCA 降维,将 n 维特征映射为 k 维正交特征.具体地说,假设有 m 个样本,每个样本有 n 个特征,此时样本集 $\boldsymbol{X}$ 为

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix}. \tag{10}$$

首先,计算矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的每个特征的均值 $\bar{x}_i$,并让矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的每一列元素减去所在列的特征均值,对原始数据进行中心化处理,得到

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} x_{11}-\bar{x}_1 & x_{12}-\bar{x}_2 & \cdots & x-\bar{x}_n \\ x_{21}-\bar{x}_1 & x_{22}-\bar{x}_2 & \cdots & x_{2n}-\bar{x}_n \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ x_{m1}-\bar{x}_1 & x_{m2}-\bar{x}_2 & \cdots & x_{mn}-\bar{x}_n \end{pmatrix}. \tag{11}$$

接着,计算数据的协方差矩阵

$$\boldsymbol{C}=\frac{1}{m}\boldsymbol{X}'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}', \tag{12}$$

了解特征之间的相关性.求出协方差矩阵的特征值 λ_k 和对应的特征向量 $\boldsymbol{V}_k$,根据特征值的大小,选择前几个最大的特征值对应的特征向量作为主成分,将特征向量按对应的特征值从左到右降序排列成矩阵,取前 k 列组成矩阵 $\boldsymbol{W}$ 作为投影矩阵.最后,将原始数据通过投影矩阵转换到主成分空间,得到新的数据集

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{W}, \tag{13}$$

完成特征降维.

2.2 超参数调优

为了进一步挖掘 QSVM 模型的潜力,考虑对 QSVM 和 SVM 进行超参数调优.在参数选择方面,选择正则化参数 C 和类别权重.超参数调优过程中,需要控制模型的复杂度和分类错误的平衡,因此在调优过程中正则化参数是必不可少的参数.量子核映射可能破坏原始数据的类别平衡,通过设置权重类别参数解决量子特征映射可能引入的分布偏移.

正则化参数和类别权重这 2 个参数形成了一个二维空间,采用网格搜索在超参数组合中遍历所有可能值,寻找最优组合.考虑到量子核映射可能将数据映射到高维空间,需要比 SVM 更大范围的 C 适配不同复杂度,因此参数 C 使用对数间隔.

3 数值模拟

3.1 数据集及开发工具

本文数值模拟数据来源于 Kaggle 平台的公开数据集,数据集的网页标题为"Ai Generated Dogs.jpg Vs Real Dogs.jpg".选用该数据集的切片版本,具体数据集名称是"Dogs Vs AiDogs_CUTTED".该数据集里包含 494 张狗的图片,其中 247 张真实狗和 247 张 AI 生成狗,分为测试集、训练集和验证集 3 个子集.由于数据集本身就是类别平衡的数据集,因此在该数据集的基础上,直接合并了 3 个子集,并按 8∶2 划分训练集和测试集,其中真实狗图片用 0 标记,AI 生成狗图片标记为 1.

数值模拟采用 Python 编程语言完成，其中量子计算部分借助 Xanadu 公司开发的 PennyLane 量子计算框架实现.所有量子算法均在 PennyLane 提供的理想量子模拟器上运行，以确保计算环境的可控性和精确性.SVM 采用 Sklearn 机器学习库，该库提供了高效且稳定的经典机器学习算法支持.

3.2 数据初始化和 PCA 降维

对于图像数据初始化，主要考虑通道标准化和图像尺寸标准化.由于输入图像可能包含灰度图或彩色图，分别是单通道和三通道.因为不同的通道数会导致后续处理不一致，所以对于灰度图需要先转为伪色彩图，再对图像统一进行灰度化处理，减少计算量、消除颜色干扰，使通道标准化.同时，将图像分辨率统一设置为 32×32 像素，对图像的尺寸进行标准化处理.灰度化处理可以使后续的 PCA 处理更加专注于空间结构特征，避免颜色的干扰.而尺寸标准化的处理为后续的 PCA 处理提供了维度一致、可计算的输入数据基础.

为了有效降低计算复杂度，提高模型训练效率，通过对输入数据进行 PCA 降维减少数据的维度.根据所选数据集样本数，将单个主成分方差降序排列并保留 50%的方差，得到了 13 个主成分，从而设置量子比特数为 13.选择保留 50%的方差是在计算可行性和特征信息完整性间取的平衡.一方面显著降低了问题的规模和复杂度，使其适应有限的量子比特资源，确保整个系统在现有技术条件下可被有效模拟、验证和优化；另一方面，也约束了被丢弃的噪声(或次要信息)远多于被保留的判别性特征，从而在绝大多数分类任务中不会导致显著的性能下降.PCA 方差解释率分析，如图 2 所示.

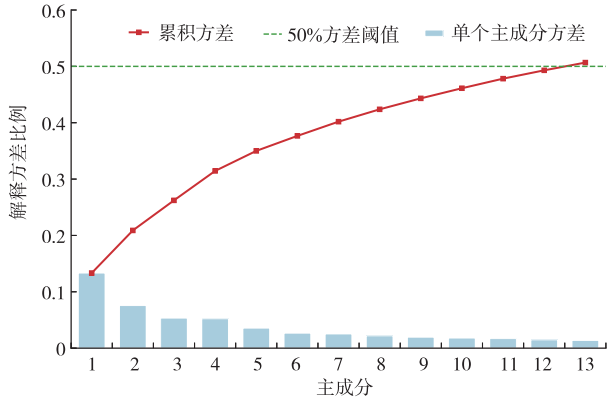

图 2 PCA 方差解释率分析

Fig.2 PCA variance explained analysis

3.3 实验结果和评价指标分析

基于 QSVM 模型对测试集 99 张图片进行测试，其中正确分类和错误分类的样本数分别为 73 张和 26 张，测试结果如图 3 所示.每张图片下方的文字用于标注该图片是真实狗还是 AI 生成狗，字体颜色用于区分正确分类和错误分类，绿色字体表示正确分类，红色字体表示错误分类.



图 3 测试集结果展示示例

Fig.3 Sample results on the test set

同时，基于同样的数据集运行 SVM 模型，并对 QSVM 和 SVM 模型的评价指标进行对比，结果如表 1 所示.

表 1　QSVM 和 SVM 评价指标对比

Tab.1　Comparison of QSVM and SVM evaluation indexes

评价指标	QSVM	SVM	差值
准确率	0.767 7	0.686 9	0.080 8
精确率	0.764 7	0.672 7	0.092 0
召回率	0.780 0	0.740 0	0.040 0
F1 分数	0.772 3	0.704 8	0.067 5

根据表中数据可知，QSVM 在准确率、精确率、召回率和 F1 分数上均显著优于 SVM.准确率的提升表明 QSVM 在预测任务中的表现更加可靠，能够更准确地完成分类任务；精确率相较 SVM 大幅提高，表明 QSVM 更适合高精度需求的场景；召回率的提升表明量子机器学习对正类的漏检率更低，即 QSVM 对数据敏感的场景可能会更有优势；F1 分数的提升说明 QSVM 在类别间的平衡性更好，尤其是在真实狗的判别上表现更稳健.总体上说，QSVM 不仅全局分类能力优于 SVM，而且在所有分类阈值下对正负类的区分能力更好.

3.4　超参数调优结果

通过对 QSVM 和 SVM 的超参数调优，发现调优后 SVM 的评价指标增加明显，而 QSVM 的评价指标无明显变化.为直观起见，这里给出超参数调优前后 QSVM 和 SVM 模型表现对比图，展示调优前后模型的准确率、精确率、召回率和 F1 分数这 4 个评价指标的具体表现，分别如图 4 和图 5 所示.

综合图 4 和图 5 可知，QSVM 的默认值即为最优参数，表明量子编码和电路能够有效地学习数据的内在结构，降低了对繁琐调参的依赖，这对于实际应用非常有利.相比之下，SVM 的性能对超参数有较强的依赖性，调优后提升了评价指标的分数值，但提升幅度有限，准确率仅提高了 3%，仍低于 QSVM.

调优后 QSVM 除了召回率略低于 SVM 外，其余指标全部优于 SVM.精确率相对于 SVM 大幅提高，说明 QSVM 更适合高精度需求的场景；F1 分数的提高说明 QSVM 可以更好地平衡精确率和召回率，综合分类能力更强.虽然召回率略低于 SVM，但却换来了准确率和精确率的大幅提升，总体收益更高.总体上说，QSVM 不仅全局分类能力优于 SVM，而且在所有分类阈值下对正负类的区分能力更优.

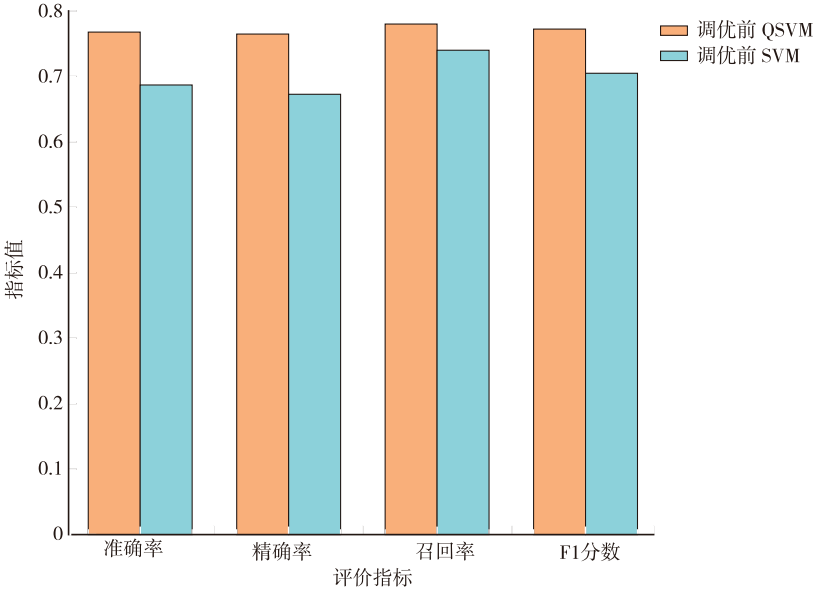

图 4　超参数调优前 QSVM 和 SVM 模型表现

Fig.4　Model performance of QSVM and SVM before hyperparameter tuning

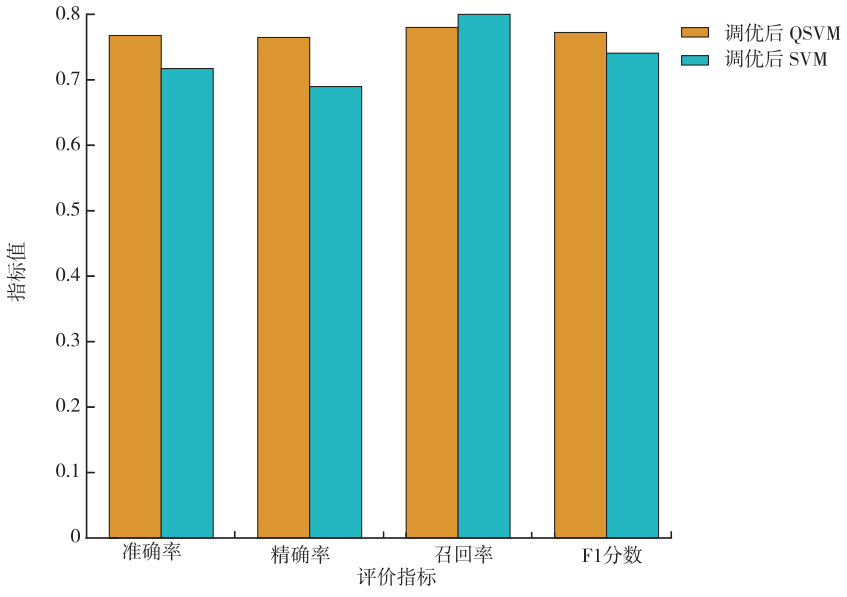

图 5　超参数调优后 QSVM 和 SVM 模型表现

Fig.5　Model performance of QSVM and SVM after hyperparameter tuning

4　结　论

本文研究 QSVM 模型在 AI 生成图像识别问题中的应用与实践.首先,采用 PCA 降维将预处理图像进行大幅度特征降维,使其适配极少的量子比特资源.接着,应用角度编码将图像数据的经典特征映射为量子态的旋转角,利用量子系统演化的并行性和基态概率测量计算核函数值.最后,将量子核函数值输入经典支持向量机完成分类决策任务.在数据集相同的情况下,比较 QSVM 与 SVM 对应的评价指标值,结果显示 QSVM 算法的准确率、精确率、召回率和 F1 分数等指标都得到了明显提升.特别是 QSVM 的准确率和精确率分别比 SVM 提升了 11.76%和 13.68%,这说明采用 PCA 特征降维后,即使使用很少的量子比特数,QSVM 依然能够有效地捕捉图像数据中的有效信息,提升分类性能.另外,为进一步提升算法的评价指标值,考虑对类别权重和正则化参数进行超参数调优,调优后 SVM 的评价指标值有所提升但仍低于 QSVM,而调优后 QSVM 的评价指标值保持不变,说明量子核函数对超参数的选择具有较强的鲁棒性.研究结果表明,即使选取有限数量的量子比特资源 QSVM 在处理图像识别任务中仍具有可行性和有效性.相比于经典机器学习,量子机器学习能够显著提升图像识别分类性能并降低调优复杂度,为含噪声中等规模量子规模时代量子机器学习在视觉任务中的应用提供新的思路和方法.当前研究多在经典模拟器上进行验证,并且量子模拟器的处理能力尚且有限.下一阶段的研究任务是将量子算法部署到真实量子处理器上运行,以评估其在量子噪声和退相干效应等实际环境中的性能表现,探索相应的误差缓解策略,推动量子技术从实验室走向实用化.

参考文献:

[1] 金帆,张鹏翼.社交媒体中用户对人工智能生成图片的识别与认知研究:识别准确度、依据与态度探析[J].情报理论与实践,2025,48(6):12-19.DOI:10.16353/j.cnki.1000-7490.2025.06.002.
Jin Fan,Zhang Pengyi.Research on users′ identification and cognition of AI-generated images in social media:an exploration of identification accuracy,basis and attitude[J].Information Studies:Theory & Application,2025,48(6):12-19.

[2] Biamonte J,Wittek P,Pancotti N,et al.Quantum machine learning[J].Nature,2017,549(7671):195-202.DOI:10.1038/nature23474.

[3] Schuld M,Killoran N.Quantum machine learning in feature Hilbert spaces[J].Physical Review Letters,2019,122(4):040504.DOI:10.1103/physrevlett.122.040504.

[4] 沈培鑫,蒋文杰,李炜康,等.量子人工智能中的对抗学习[J].物理学报,2021,70(14):19-31.DOI:10.7498/aps.70.20210789.

Shen Peixin, Jiang Wenjie, Li Weikang, et al. Adversarial learning in quantum artificial intelligence[J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70(14): 19-31.

[5] Lloyd S, Mohseni M, Rebentrost P. Quantum algorithms for supervised and unsupervised machine learning[PP/OL]. V2. (2013-11-04)[2025-09-03]. https://arxiv.org/abs/1307.0411.

[6] Li Z K, Liu X M, Xu N Y, et al. Experimental realization of a quantum support vector machine[J]. Physical Review Letters, 2015, 114(14): 140504. DOI: 10.1103/physrevlett.114.140504.

[7] Rana A, Vaidya P, Gupta G. A comparative study of quantum support vector machine algorithm for handwritten recognition with support vector machine algorithm[J]. Materials Today: Proceedings, 2022, 56: 2025-2030. DOI: 10.1016/j.matpr.2021.11.350.

[8] Wang Y L, Cao L Y. Quantum phase transition detection via quantum support vector machine[J]. Quantum Science and Technology, 2025, 10(1): 015043. DOI: 10.1088/2058-9565/ad985f.

[9] Miroszewski A, Mielczarek J, Czelusta G, et al. Detecting clouds in multispectral satellite images using quantum-kernel support vector machines[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2023, 16: 7601-7613. DOI: 10.1109/JSTARS.2023.3304122.

[10] Rodriguez-Grasa P, Farzan-Rodriguez R, Novelli G, et al. Satellite image classification with neural quantum kernels[J]. Machine Learning: Science and Technology, 2025, 6(1): 015043. DOI: 10.1088/2632-2153/ada86c.

[11] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum computation and quantum information[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000: 1-676.

[12] 纪豪森，何英秋，余明星，等. 基于 CLJAYA 策略量子遗传算法的应急物资配送中心选址研究[J]. 中国科学：物理学 力学 天文学, 2025, 55(4): 57-67. DOI: 10.1360/SSPMA-2024-0350.
Ji Haosen, He Yingqiu, Yu Mingxing, et al. Research on the location selection of emergency supply distribution centers using the CLJAYA strategy-based quantum genetic algorithm[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2025, 55(4): 57-66.

（责任编辑　赵静慧）