文章编号:1674-2974(2025)08-0172-11 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2025294

*SαS*分布噪声下基于特征值调和平均的稳健频谱感知算法

杨喜[1],周睿勇[1],雷可君[1†],张耿[1],张银行[1],曹秀英[2],王仁玮[1]
(1. 吉首大学 通信与电子工程学院,湖南 吉首 416000;
2. 东南大学 移动通信全国重点实验室,江苏 南京 210096)

摘 要:针对*SαS*分布噪声提出了一种基于分数低阶预处理与特征值调和平均检测相结合的频谱感知算法,该算法以分数低阶预处理接收信号样本协方差矩阵的最大特征值与特征值调和平均之差与最小特征值之比(DMHMM)作为感知判决量.该算法在预处理阶段通过分数低阶操作降低*SαS*分布噪声非高斯特性的影响,在检测阶段利用极值特征值与特征值调和平均设计检测判决量,检测过程避免了对噪声参数的依赖,适应范围广.在此基础上,基于Wishart矩阵特征值几何平均的矩理论,以及高维随机矩阵中最大和最小特征值渐近分布理论,针对DMHMM频谱感知算法提出了一种有效的理论判决门限计算方法,在降低理论门限计算复杂度的同时,提高了非渐近条件下*SαS*分布噪声中主用户信号检测结果的可靠性.Monte-Carlo仿真结果表明,所提DMHMM频谱感知算法可以获得比半盲DMGM算法更为可靠的检测判决结果,且在检测阶段无需*SαS*分布噪声的相关参数;由于综合利用了分数低阶预处理后取样协方差矩阵的极值特征值以及特征值调和平均信息,能够更好地反映主用户信号的变化,使得新算法具有比MME和CHME算法更优的检测效果.

关键词:频谱感知;*SαS*分布噪声;分数低阶矩;特征值分布;调和平均
中图分类号:TN925 **文献标志码**:A

A Robust Spectrum Sensing Algorithm Based on Eigenvalue Harmonic Mean under *SαS* Distribution Noise

YANG Xi[1], ZHOU Ruiyong[1], LEI Kejun[1†], ZHANG Geng[1], ZHANG Yinhang[1],
CAO Xiuying[2], WANG Renwei[1]
(1. School of Communication and Electronic Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China;
2. National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: A novel spectrum sensing algorithm is proposed for environments characterized by symmetric Alpha-stable (*SαS*) noise, combining fractional low-order preprocessing with eigenvalue harmonic mean detection. The proposed algorithm employs the ratio of the difference between the maximum eigenvalue and the harmonic average of

* **收稿日期**:2025-01-11
基金项目:国家自然科学基金资助项目(62161012,61861019),National Natural Science Foundation of China(62161012,61861019);国家级大学生创新创业训练项目(S202410531028),National Innovation and Entrepreneurship Training Program for College Students(S202410 531028)
作者简介:杨喜(1978—),男,湖南湘阴人,吉首大学教授,博士
† 通信联系人,E-mail: leikejun-123@163.com

all eigenvalues to the minimum eigenvalue (DMHMM) as the test statistic. These eigenvalues are calculated from the sample covariance matrix of the received signal, which is preprocessed using fractional lower-order techniques. This algorithm reduces the impact of the non-Gaussian characteristics of *SαS* noise through fractional low-order operations in the preprocessing stage; and in the detection stage, it uses extreme eigenvalues and eigenvalue harmonic mean to design test statistic. The detection process of the proposed algorithm does not depend on *SαS* noise parameters and has a wide range of adaptability. On this basis, based on the moment theory of geometric mean of Wishart matrix eigenvalues and the asymptotic distribution theory of maximum and minimum eigenvalues in high-dimensional random matrices, an effective theoretical decision threshold calculation method is proposed for the proposed DMHMM algorithm. This method reduces the complexity of theoretical threshold calculation while improving the reliability of detection results of the primary user signal in *SαS* noise under non-asymptotic conditions. Monte Carlo simulation results show that the proposed DMHMM algorithm can obtain more reliable decision results than semi-blind DMGM algorithm, and does not require statistical parameters of *SαS* noise in the detection stage. Due to the comprehensive utilization of the extreme eigenvalues and the harmonic mean of all eigenvalues of the sampled covariance matrix after fractional low order preprocessing, the new algorithm can better reflect the changes in the primary user signal, resulting in high detection probabilities than the traditional MME and CHME algorithms.

Key words: spectrum sensing; symmetric Alpha-stable (*SαS*) distribution noise; fractional lower-order moment; eigenvalue distribution; harmonic mean

认知无线电技术通过频谱感知动态地分配空闲频段,可以实现频谱资源的有效利用,成为缓解频谱稀缺问题的重要途径[1-4].频谱感知作为认知无线电的核心技术,其目标是在复杂电磁环境中准确检测主用户信号的存在与否[5-6].在实际应用中,频谱感知性能往往受到背景噪声的显著影响,尤其是在非高斯噪声的情况下,这一问题尤为突出[7-11].

高斯噪声在理论建模、实际应用以及数学处理方面的便利性和广泛适用性等种种优良特性使其成为频谱感知研究中最普遍的噪声模型.然而在真实的无线通信环境中,次级用户接收到的信号往往会受到人为脉冲噪声、大气噪声、互干扰等非高斯噪声的干扰,这些噪声通常表现出非高斯特性,呈现出脉冲性和长尾分布的特点.经典的高斯噪声模型在描述这类噪声时往往显得力不从心,而对称 Alpha 稳定(*SαS*)分布由于其灵活性和准确性,成为建模非高斯噪声的理想选择[12-15].*SαS*分布能够有效描述强脉冲噪声环境,涵盖了高斯分布、柯西分布和莱维分布等特例.尽管*SαS*分布在描述噪声特性方面具有独特优势,但其带来的脉冲特性和无限方差特性也使得传统基于高斯假设的频谱感知性能在非高斯噪声环境下急剧下降[16].

得益于高维随机矩阵理论的发展,基于特征值的检测方法因其优异性能成为高斯噪声背景下一类极为重要的检测方法,其中包括最大最小特征值之比的MME算法、基于特征值反调和平均的CHME算法[17-20].前者基于接收信号样本协方差矩阵极值特征值构造感知判决量,后者基于所有特征值的信息构造感知判决量,均能实现全盲检测.鉴于特征值检测方法的优良特性,为了应对非高斯噪声下频谱感知的挑战,*SαS*分布噪声条件下基于特征值的频谱感知方法的研究逐渐引起了研究者的关注.这些方法基于分数低阶预处理后的样本协方差矩阵特征值的统计规律设计相应的感知判决规则,以实现*SαS*分布噪声条件下授权无线信道被占用情况的有效检测.文献[21]在分数低阶处理基础上提出了一种针对*SαS*分布噪声的最大和最小特征值之差的DMM检测算法.该算法在检测过程中无须利用接收信号和传输信道的统计信息,然而在检测过程中需要利用噪声信息设置判决门限.值得注意的是,在实际的频谱感知应用场景中,由于噪声环境不确定性的影响,次级用户在检测过程中难以获取*SαS*分布噪声的精确参数信息[22],因而限制了该算法的进一步应用.因此,正如高斯分布噪声中的频谱感知问题一

样,解决 $S\alpha S$ 分布噪声中频谱感知阶段的全盲检测问题具有相当重要的实际应用价值.文献[23]将MME检测算法运用于 $S\alpha S$ 分布噪声的频谱感知问题.该算法利用最大特征值的极限分布理论,得到虚警概率与判决门限的关系表达式.相较于DMM算法,该算法能够实现 $S\alpha S$ 分布噪声场景中检测阶段的全盲检测.需要指出的是,DMM和MME两种算法都只是简单运用分数低阶样本协方差矩阵的极值特征值信息.然而,极值特征值往往只是反映了数据矩阵的某些重要特性,而可能对某些信号模式或噪声模式敏感度不足,特别是在噪声比较强或者信号较弱的情况下.相反,利用所有特征值则可能提供信号和噪声更全面的信息,使得感知算法更好地捕捉到信号的变化特征,从而减少误检测的概率,由此提高 $S\alpha S$ 分布噪声场景中频谱感知的可靠性和鲁棒性.基于这一考虑,文献[16]提出了一种基于最大特征值与特征值几何平均之差的DMGM算法,其仿真结果表明,该算法表现出比DMM和MME两种算法更好的检测性能.然而,一方面,该算法在计算判决门限时只是简单地将特征值几何平均近似替换为噪声方差,仿真结果表明这种近似处理在感知过程中容易造成次级用户不可靠的感知判决结果;另一方面,由于该算法在设置判决门限过程中需要已知 $S\alpha S$ 分布噪声的尺度参数和特征指数信息,未能实现次级用户感知阶段的盲检测,其感知性能容易受到噪声不确定现象的影响.

尽管基于特征值的检测方法在高斯噪声感知场景中取得了很好的检测效果,但其针对 $S\alpha S$ 分布噪声场景中的频谱感知问题仍有待进一步研究和设计.有鉴于此,本文针对 $S\alpha S$ 分布噪声感知问题提出一种基于特征值调和平均的盲DMHMM频谱感知算法,该算法将分数低阶预处理接收信号样本协方差矩阵的最大特征值和特征值调和平均之差与最小特征值之比作为判决指标,保证了检测阶段的盲感知特性;在此基础上利用Wishart矩阵特征值几何平均的矩分析结果,以及高维随机矩阵中最大和最小特征值渐近分布理论,提出了一种有效的理论判决门限计算方法,保证了 $S\alpha S$ 分布噪声条件下感知算法判决结果的可靠性.仿真结果表明,本文提出的基于特征值调和平均的DMHMM频谱感知算法表现出比MME和CHME算法更好的检测性能,同时摆脱了DMGM算法在检测阶段对 $S\alpha S$ 分布噪声统计参数的依赖且能获得更为可靠的检测判决结果.

1 数学模型

1.1 频谱感知模型

将主用户信号不存在时的状态标记为 H_0,主用户信号存在时的状态标记为 H_1.假定次级用户配备 M 根天线,在每个感知周期内对多天线接收信号采样 N 次.基于此,可以建立如下频谱感知模型:

$$\begin{cases} H_0: x_m(n) = w_m(n) \\ H_1: x_m(n) = s(n) + w_m(n) \end{cases} \tag{1}$$

式中:$n \in \{1, 2, \cdots, N\}$;$m \in \{1, 2, \cdots, M\}$;$x_m(n)$ 表示次级用户的第 m 根天线第 n 时刻的采样信号;$s(n)$ 表示经过无线信道传输后的接收主用户信号;$w_m(n)$ 表示Alpha稳定分布噪声.不失一般性,假设 $s(n)$ 和 $w_m(n)$ 相互统计独立.

1.2 对称Alpha稳定分布噪声

Alpha稳定分布噪声的概率密度函数有厚重的拖尾,其概率密度函数和分布函数通常没有闭式形式,其特征函数表示为:

$$\varphi(t) = \exp\left(\mathrm{j}\mu t - \gamma|t|^{\alpha}\left(1 + \mathrm{j}\beta\mathrm{sign}(t)\omega(t,\alpha)\right)\right) \tag{2}$$

其中,

$$\mathrm{sign}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$\omega(t,\alpha) = \begin{cases} \tan\left(\dfrac{\alpha\pi}{2}\right), & \alpha \neq 1 \\ \dfrac{2}{\pi}\log|t|, & \alpha = 1 \end{cases} \tag{4}$$

式中:$\mu(-\infty < \mu < +\infty)$ 表示概率密度函数的位置参数,表征了分布的中心;$\gamma(\gamma > 0)$ 表示尺度参数,表征Alpha稳定分布变量偏离均值的程度;$\alpha(0 < \alpha \leqslant 2)$ 表示特征指数,表征Alpha稳定分布拖尾的厚重程度.α 值越大,Alpha稳定分布的拖尾越薄,噪声分布的高斯性就越强,当 $\alpha = 2$ 时即为高斯分布;$\beta(-1 \leqslant \beta \leqslant 1)$ 表示对称参数,表征Alpha稳定分布噪声的偏斜程度.当 $\beta > 0$ 时,为正向偏斜分布,分布的重心整体往左偏;当 $\beta < 0$ 时,为负向偏斜分布,分布的重心整体往右偏.当 $\beta = 0$ 时,表示对称Alpha稳定($S\alpha S$)分布.特别地,当 $\mu = 0, \gamma = 1, \beta = 0$ 时,表示标准 $S\alpha S$ 分布.

2　基于特征值调和平均的稳健频谱感知算法

2.1　分数低阶预处理

注意到 $S\alpha S(0<\alpha<2)$ 分布噪声随机变量不存在二阶矩，但 p 阶分数低阶矩存在[15]：

$$E\left(\left|w_m(n)\right|^p\right)=C(p,\alpha)\gamma^{\frac{p}{\alpha}} \tag{5}$$

其中，$0<p<\alpha/2$，且

$$C(p,\alpha)=\frac{2^{p+1}\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{-p}{\alpha}\right)}{\alpha\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{-p}{2}\right)} \tag{6}$$

式中：$\Gamma(a)=\int_0^{\infty}x^{a-1}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$. 现有研究结果表明，分数低阶处理可以有效降低 *SαS* 分布噪声非高斯特性的影响，为此引入接收信号预处理过程[16]：

$$\tilde{x}_m(n)=\left|x_m(n)\right|^p-E\left(\left|w_m(n)\right|^p\right) \tag{7}$$

不难得到在 H_0 状态下，预处理后的 *SαS* 分布噪声样本方差可以表示为：

$$\delta^2=\frac{2^{2p+1}\Gamma\left(\frac{2p+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{-2p}{\alpha}\right)}{\alpha\sqrt{\pi}\,\Gamma(-p)\gamma^{-\frac{2p}{\alpha}}}-\left(\frac{2^{p+1}\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{-p}{\alpha}\right)}{\alpha\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{-p}{2}\right)\gamma^{-\frac{p}{\alpha}}}\right)^2 \tag{8}$$

结合式(5)和式(7)可知，次级用户对接收信号进行预处理需要已知噪声特征参数 α 和 γ. 在参数未知的情况下，在实际的信号处理过程中可以根据噪声样本进行估计得到[15].

当样本数量 N 趋近于无穷时，预处理后接收信号的样本协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 近似等于预处理后接收信号的统计协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x$，即有：

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_x\approx\lim_{N\to\infty}\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

其中，$\boldsymbol{X}$ 表示预处理后的接收信号数据矩阵：

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}\tilde{x}_1(1) & \tilde{x}_1(2) & \cdots & \tilde{x}_1(N)\\ \tilde{x}_2(1) & \tilde{x}_2(2) & \cdots & \tilde{x}_2(N)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \tilde{x}_M(1) & \tilde{x}_M(2) & \cdots & \tilde{x}_M(N)\end{pmatrix} \tag{10}$$

分数低阶预处理可以有效降低 *SαS* 分布噪声中由概率密度函数厚重拖尾产生的“尖峰”或“野值”，使得预处理后的 *SαS* 分布噪声近似服从均值为零、方差为 δ^2 高斯分布[16]. 因此，当授权信道只存在 *SαS* 分布噪声时，$\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 近似服从自由度为 N、协方差矩阵为 $\delta^2\boldsymbol{I}_M/N$ 的中心 Wishart 分布，标记为 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\sim\mathcal{W}_M\left(N,\delta^2\boldsymbol{I}_M/N\right)$.

2.2　基于特征值调和平均的盲主用户信号检测

如前面分析所言，传统 *SαS* 分布噪声下 DMGM 检测方案在门限计算过程中需要已知预处理后噪声方差信息. 相应地，结合式(8)可知，次级用户需要已知 *SαS* 分布噪声特征参数 α 和 γ. 需要特别指出的是，当这些参数未知时，估计误差将给门限的正确设置带来偏差，从而影响次级用户感知判决结果的可靠性. 为此，本节提出一种在感知判决阶段无须依赖 *SαS* 分布噪声特征参数的盲主用户信号检测算法.

2.2.1　盲检测规则设计

注意到在样本数目充分大的情况下，当主用户信号不存在时，有 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x\approx\delta^2\boldsymbol{I}_M/N$，此时 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x$ 的所有特征值均为 δ^2；另外，当主用户信号存在时，由于信道和主用户信号的共同作用，经预处理后的接收信号统计协方差矩阵将不再等于 $\delta^2\boldsymbol{I}_M/N$，这意味着 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x$ 的相应特征值不再全为 δ^2. 标记 $\lambda_i\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)(1\leqslant i\leqslant M)$ 为 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x$ 按降序排列的特征值. 为了衡量特征值的变化，特引入特征值调和平均变量：

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)=\frac{M}{\sum_{i=1}^{M}\frac{1}{\lambda_i\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)}} \tag{11}$$

相对于其他平均数，调和平均对极端值的变化比较敏感，因此能够更敏感地反映由主用户信号加入引起的特征值变化情况. 另外，最大和最小特征值也能很好地体现多天线接收信号协方差矩阵的变化情况. 基于此，本文针对 *SαS* 分布噪声设计了一种综合极值特征值和调和平均优点的盲频谱感知判别规则：

$$T=\frac{\lambda_{\max}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)}{\lambda_{\min}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)}\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}0 \tag{12}$$

式中：$\lambda_{\max}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)$ 和 $\lambda_{\min}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)$ 分别表示 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x$ 的最大特征值和最小特征值. 当 H_0 状态为真时，由于 $\lambda_{\max}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)=\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right)=\delta^2$，故有 $T=0$ 成立；反之当 H_1 状态为真

时,则有 $\lambda_{\max}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right) \geqslant \bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x\right) \geqslant \delta^2$ 成立,显然有 $T>0$ 成立.因此,指示量 T 能够很好地反映主用户信号是否出现.在实际的应用中,需要用预处理后接收信号的样本协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 近似代替 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x$.设 $\lambda_i(1 \leqslant i \leqslant M)$ 相应为 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 按降序排列的特征值.由于 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 的随机性,感知判决规则相应变化为:

$$T=\frac{\lambda_{\max}-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}}{\lambda_{\min}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \tag{13}$$

式中:η 表示感知判决门限,$\lambda_{\max}=\lambda_1$,$\lambda_{\min}=\lambda_M$,$\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}$ 为 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 特征值的调和平均.

2.2.2 与相关算法比较分析

$S\alpha S$ 分布噪声下的DMGM算法对应的感知判决量为 $T_{\mathrm{DMGM}}=\lambda_{\max}-\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}}$,其中 $\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}}$ 表示 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 所有特征值的几何平均.与之对照,所提DMHMM算法中感知判决量 T 所对应的分子为 $\lambda_{\max}-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}$.由于 $\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}} \geqslant \bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}$,故有 $T_{\mathrm{DMGM}}>\lambda_{\max}-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}$.这意味着当主用户信号出现时,所提DMHMM算法能更容易捕捉到这种变化,从而有利于次级用户做出正确的判决.另外,当存在噪声不确定性现象或者预处理后噪声方差 δ^2 存在估计误差时,DMGM算法对应的判决量 T_{DMGM} 将受到影响,从而使得算法对噪声方差不确定性影响不具有鲁棒性.相反,所提DMHMM算法则通过引入 $\lambda_{\max}-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}$ 与最小特征值 $\lambda_{\min}$ 的商实现改进,当存在噪声方差不确定性时,由于分子和分母进行了同样的缩放从而使得判决量在 H_0 状态下具有尺度不变特性,进而避免了门限设置对噪声特征参数的依赖,具备较显著的鲁棒感知特征.

$S\alpha S$ 分布噪声下的MME算法将最大特征值 $\lambda_{\max}$ 与最小特征值 $\lambda_{\min}$ 的商作为感知判决量,尽管避免了在检测阶段判决门限设置对噪声方差的依赖,但其并未充分利用其他特征值的信息参与检测,从而限制了检测性能的提升.而结合式(13)可知,所提DMHMM算法的感知判决量可以等价表示为 $T=\lambda_{\max}/\lambda_{\min}-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}/\lambda_{\min}$,注意到前半部分 $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ 即对应MME算法的判决量,后半部分进一步利用了特征值的调和平均信息参与感知判决过程.

综上所述,本文所提DMHMM算法兼具DMGM算法和MME两种算法的优点,在具备鲁棒性的前提下有望能进一步提升算法感知性能.

2.2.3 判决门限计算

根据虚警概率的定义,所提DMHMM检测算法的虚警概率可表示为:

$$P_{\mathrm{f}}=P\left(\frac{\lambda_{\max}-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}}{\lambda_{\min}}>\eta \mid \ H_0\right) \tag{14}$$

要获得 $T \mid \ H_0$ 的精确分布,涉及Wishart随机矩阵极值特征值和特征值调和平均的函数的累积分布函数的求解,很难获得有意义的闭式解;进一步,感知判决门限的求解还需要在此基础上对累积分布函数进行求逆运算,因此精确分析判决门限变得十分困难且不具有实际应用价值.为此,本文提出一种实用的近似门限分析方法.由高维随机矩阵理论可知,若 $\lim\limits_{N\to\infty} M/N=c(0<c<1)$,则在 H_0 状态下有如下结论成立[24]:

$$\lim_{N\to\infty}\lambda_{\min}=\delta^2(1-\sqrt{c})^2 \tag{15}$$

由此可得:

$$P_{\mathrm{f}} \approx P\left(\lambda_{\max}-\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}>\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta \mid \ H_0\right) \tag{16}$$

即有:

$$P_{\mathrm{f}} \approx P\left(\lambda_{\max}>\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta+\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}} \mid \ H_0\right) \tag{17}$$

注意到如下不等式关系恒成立:

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}} \geqslant \bar{\lambda}_{\mathrm{HM}} \geqslant \lambda_{\min} \tag{18}$$

式中:$\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}}=\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)^{1/M}$ 表示 $\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$ 所有特征值的几何平均,这里 $\det(\cdot)$ 表示矩阵的行列式运算.若定义:

$$P_{\mathrm{f_GM}}=P\left(\lambda_{\max}>\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta+\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}} \mid \ H_0\right) \tag{19}$$

$$P_{\mathrm{f_MIN}}=P\left(\lambda_{\max}>\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta+\lambda_{\min} \mid \ H_0\right) \tag{20}$$

结合式(18)~式(20)有:

$$P_{\mathrm{f_MIN}} \geqslant P_{\mathrm{f}} \geqslant P_{\mathrm{f_GM}} \tag{21}$$

故给定相同的目标虚警概率时,经由式(17)、式(19)和式(20)计算得到的判决门限 η_{HM}、η_{GM} 和 η_{MIN} 存在如下关系:

$$\eta_{\mathrm{MIN}} \geqslant \eta_{\mathrm{HM}} \geqslant \eta_{\mathrm{GM}} \tag{22}$$

注意到当 $N\to\infty$ 时有:

$$\lim_{N\to\infty}\eta_{\mathrm{MIN}}=\lim_{N\to\infty}\eta_{\mathrm{HM}}=\lim_{N\to\infty}\eta_{\mathrm{GM}} \tag{23}$$

因此当给定目标虚警概率 P_{FA} 计算得到 η_{GM} 和 η_{MIN} 之后,所提DMHMM算法对应的判决门限可以表

示为:

$$\eta_{\mathrm{HM}}=\theta\eta_{\mathrm{GM}}+(1-\vartheta)\eta_{\mathrm{MIN}} \tag{24}$$

式中:$0\leqslant\theta\leqslant 1$.特别地,当样本数量$N$充分大时可以取$\theta=0.5$.接下来,利用式(19)和式(20)分别计算给定目标虚警概率P_{FA}条件下对应的门限η_{GM}和η_{MIN}.

由随机矩阵理论可知,若$\boldsymbol{A}\sim\mathcal{W}_M(N,\boldsymbol{\Xi})$,则$\det(\boldsymbol{A})$的$r$阶矩为[25]:

$$E\left(\det(\boldsymbol{A})\right)^r=\left(\det(\boldsymbol{\Xi})\right)^r\frac{\prod\limits_{i=1}^{M}2^r\Gamma\left(\frac{1}{2}(N-i+1)+r\right)}{\prod\limits_{i=1}^{M}\Gamma\left(\frac{1}{2}(N-i+1)\right)} \tag{25}$$

其中,$E(X)$表示随机变量X的期望.由此可得:

$$E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\Big|\ H_0=\sigma^{2M}\prod_{i=1}^{M}\left(\frac{N-i+1}{N}\right) \tag{26}$$

$$\mathrm{Var}\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\Big|\ H_0=\sigma^{4M}\prod_{i=1}^{M}\left(\frac{N-i+1}{N}\right)\left(\prod_{k=1}^{M}\left(\frac{N-k+3}{N}\right)-\prod_{k=1}^{M}\left(\frac{N-k+1}{N}\right)\right) \tag{27}$$

其中,$\mathrm{Var}(X)$表示随机变量X的方差.由切比雪夫不等式可知,对于任意正数ε有下列不等式成立:

$$\lim_{N\to\infty}P\left(\left|\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)-E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\right|\geqslant\varepsilon\Big|\ H_0\right)\leqslant\frac{\mathrm{Var}\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)}{\varepsilon^2} \tag{28}$$

因此有:

$$\lim_{N\to\infty}P\left(\left|\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)-E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\right|\geqslant\varepsilon\Big|\ H_0\right)=0 \tag{29}$$

即$\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)$依概率收敛于$E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)$.注意到$\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}}=\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)^{1/M}$,由概率理论可知$\bar{\lambda}_{\mathrm{GM}}$则依概率收敛于$\left(E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\right)^{1/M}$.因此,结合式(19)可得如下近似结果:

$$P_{\mathrm{FA}}\approx P\left(\lambda_{\max}>\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta_{\mathrm{GM}}+\left(E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\right)^{1/M}\Big|\ H_0\right) \tag{30}$$

上式可以等价地表示为:

$$P_{\mathrm{FA}}\approx P\left(\frac{\delta^2\lambda_{\max}\left(\boldsymbol{C}(N)\right)}{N}>\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta_{\mathrm{GM}}+\left(E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\right)^{1/M}\Big|\ H_0\right) \tag{31}$$

定义$\boldsymbol{C}(N)=N\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)/\delta^2$,且标记

$$a=\left(\sqrt{N-1}+\sqrt{M}\right)^2 \tag{32}$$

$$b=\left(\sqrt{N-1}+\sqrt{M}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{N-1}}+\frac{1}{\sqrt{M}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{33}$$

由高维随机矩阵理论可知,若$\lim\limits_{N\to\infty}M/N=c(0<c<1)$,则$[\lambda_{\max}\left(\boldsymbol{C}(N)\right)-a]/b$依概率1收敛于1、阶Tracy-Widom分布.因此有:

$$P_{\mathrm{FA}}\approx P\left(\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{C}(N))-a}{b}>\frac{N\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta_{\mathrm{GM}}+N\delta^{-2}\left(E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\right)^{1/M}-a}{b}\Big|H_0\right) \tag{34}$$

即:

$$P_{\mathrm{FA}}\approx 1-F\left(\frac{N\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta_{\mathrm{GM}}+\frac{N}{\delta^2}\left(E\left(\det\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)\right)\right)\right)^{1/M}-a}{b}\Big|H_0\right) \tag{35}$$

式中:$F(\cdot)$表示1阶Tracy-Widom分布的累积分布函数.结合式(26)可得:

$$\eta_{\mathrm{GM}}=\frac{bF_1^{-1}(1-P_{\mathrm{FA}})+a-N\left[\prod\limits_{i=1}^{M}\left(\frac{N-i+1}{N}\right)\right]^{1/M}}{N\left(1-\sqrt{\frac{M}{N}}\right)^2} \tag{36}$$

其中,$F_1^{-1}(t)$表示1阶Tracy-Widom累积分布函数的逆函数.

接下来计算给定目标虚警概率P_{FA}条件下对应的判决门限η_{MIN}.联立式(15)和式(20)可得:

$$P_{\mathrm{FA}}\approx P\left(\lambda_{\max}>\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta_{\mathrm{MIN}}+\delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\Big|\ H_0\right) \tag{37}$$

可以等价表示为:

$$P_{\mathrm{FA}} \approx P\left(\frac{\delta^2\lambda_{\max}\left(\boldsymbol{C}(N)\right)}{N} > \delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta_{\mathrm{MIN}} + \delta^2\left(1-\sqrt{c}\right)^2 \mid H_0\right) \tag{38}$$

由此可得:

$$P_{\mathrm{FA}} \approx 1 - F\left(\frac{N\left(1-\sqrt{c}\right)^2\eta_{\mathrm{MIN}} + N\left(1-\sqrt{c}\right)^2 - a}{b}\right) \tag{39}$$

因此有:

$$\eta_{\mathrm{MIN}} = \frac{bF_1^{-1}\left(1-P_{\mathrm{FA}}\right)+a}{N\left(1-\sqrt{\frac{M}{N}}\right)^2} - 1 \tag{40}$$

将式(36)和式(40)代入式(24)即可得到所提DMHMM算法判决门限η_{HM}的表达式.

2.2.4 *算法流程*

综合上述分析,所提$S\alpha S$分布噪声下DMHMM算法的流程如下:

步骤1:根据式(5)和式(7)对次级用户多天线接收信号进行分数低阶预处理;

步骤2:根据式(9)计算预处理后接收信号的样本协方差矩阵$\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$;

步骤3:对$\tilde{\boldsymbol{R}}_x(N)$进行特征值分解,获得其最大和最小特征值,以及根据式(11)计算特征值的调和平均$\bar{\lambda}_{\mathrm{HM}}$.并由此根据式(13)计算感知判决量;

步骤4:根据给定的目标虚警概率P_{FA},联立式(24)、式(36)、式(40)计算判决门限η_{HM};

步骤5:当$T \geqslant \eta_{\mathrm{HM}}$时,则授权信道存在主用户信号,不能被次级用户使用;当$T < \eta_{\mathrm{HM}}$时,则授权信道只存在$S\alpha S$分布噪声,能被次级用户使用.

从算法流程可以看出,所提DMHMM算法包含分数低阶预处理和矩阵特征值分解过程,因而与$S\alpha S$分布噪声下基于特征值的DMGM、CHME、MME算法具有相同阶数的计算复杂度.其中,分数低阶预处理主要包括信号的分数低阶运算和预处理后信号样本协方差矩阵的计算,前者包含MN次p阶幂运算和减法运算,后者计算量为$\mathcal{O}(NM^2)$;与此同时,所提DMHMM算法涉及的信号样本矩阵特征值分解过程的计算量为$\mathcal{O}(M^3)$.

3 算法仿真与分析

仿真过程设定主用户信号为零均值的高斯信号,多天线信号采用指数相关模型,噪声为标准$S\alpha S$分布.所有结果经由5 000次Monte Carlo仿真实验得到.由于Alpha稳定分布噪声不存在二阶及高阶统计量,因此引入广义信噪比的定义[16]:

$$\mathrm{GSNR} = 10\log_{10}\left(\frac{\delta_s^2}{\gamma}\right) \tag{41}$$

其中,δ_s^2为接收主用户信号的平均功率.

3.1 理论门限有效性分析

图1和图2分别展示了当α=1.8、p = 0.3、N =90、M = 10、P_{FA} = 0.1时,四种算法的实际虚警概率和检测概率随着广义信噪比GSNR变化的对比曲线.其中,为验证本文所提门限计算方法的有效性,图中分别展示了θ分别取1、0和0.5时所提DMHMM算法的性能曲线.由式(24)可知,θ取1和0时的判决门限分别对应于η_{GM}和η_{MIN}.对照图1可知,此时所提DMHMM算法相应地产生了偏高和偏低的实际虚警概率值,而通过设置θ = 0.5来融合两种门限值则能设置正确的判决门限,此时对应的实际虚警概率与目标虚警概率值吻合得很好,表明此时具有可靠的感知判决结果.这恰好证明了前面理论分析的正确性以及所提门限计算方法的有效性.另一方面,由图1的仿真结果可以看出,由于理论门限设置的偏差,$S\alpha S$分布噪声下传统的DMGM、CHME和MME算法产生的实际虚警概率与目标虚警概率相去甚远,特别是CHME和DMGM两种算法,在不同广义信噪比条件下,其对应的最低实际虚警概率分别达到了38.22%和34.24%;MME算法的最低实际虚警概率也达到了15.84%.这表明这些方法对应的理论门限比正确的门限值偏低,从而导致如图2所示的这些算法产生虚高的检测概率,即产生了不可靠的判决结果.其主要原因在于,这些算法理论门限的推导基于天线数目和样本数量都趋于无穷大这一假定,而在实际应用中这一条件通常难以满足;另一个可能的原因在于,在推导门限过程中这些算法均假定噪声为理想高斯模型,而分数低阶预处理并不一定能达到理想的处理效果并由此带来一定的误差.

3.2 与其他经典盲检测算法的性能对比分析

注意到DMGM算法在检测阶段需要已知$S\alpha S$分

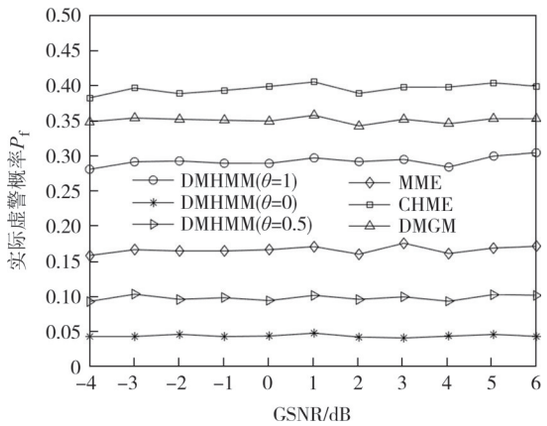

图 1　不同算法实际虚警概率随广义信噪比变化对比曲线

Fig.1　Comparison curves of actual false-alarm probabilities of different algorithms when GSNR changes

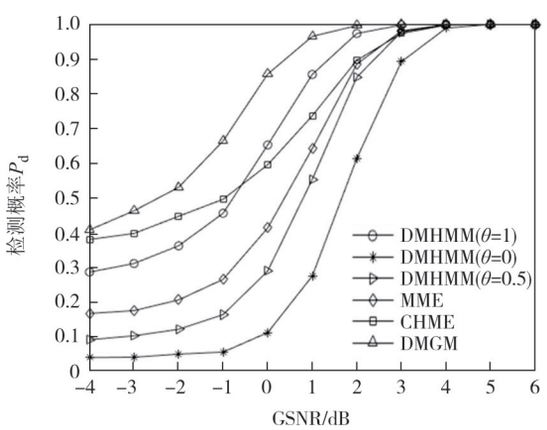

图 2　不同算法检测概率随广义信噪比变化对比曲线

Fig.2　Comparison curves of detection probabilities of different algorithms when GSNR changes

布噪声特征参数,故其实际上属于半盲检测算法.而 DMHMM、CHME 以及 MME 算法在检测阶段不依赖于噪声特征参数,故属于全盲检测算法.全盲检测具有更加广泛的应用场景,故接下来全面比较 DMHMM、CHME、MME 三种算法在 *SαS* 分布噪声下的感知性能.由上面的仿真可知,CHME 和 MME 算法的实际虚警概率均与目标值有较大差别,故为公平比较三种算法的性能,现均用 Monte Carlo 方法获得算法准确的判决门限,在此基础上进行感知性能的比较.

图 3 展示了当 α =1.8,p =0.3,N =300,M =5 时三种算法的检测概率和实际虚警概率随广义信噪比的变化曲线.由仿真结果可知,DMHMM 算法感知性能一致优于 MME 和 CHME 算法.例如,当 GSNR = 1 dB 时,DMHMM 算法与 MME 和 CHME 算法相比,检测概率分别提升了 6.86 百分点和 29.42 百分点.其原因在于,相较于 MME 算法,DMHMM 算法除了利用极限特征值信息之外,还使用了其他特征值的信息,因而能够更好地反映主用户信号的变化情况,从而提升算法的检测性能.另外,尽管 CHME 算法也利用了所有特征值信息,但非高斯噪声中的长尾特性会显著影响特征值的反调和平均值,限制了该算法检测性能的进一步提升.

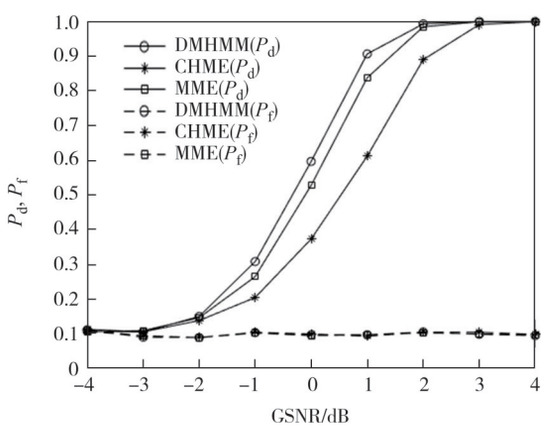

图 3　检测概率和实际虚警概率随广义信噪比变化对比曲线

Fig.3　Comparison curves of detection probabilities and actual false-alarm probabilities when GSNR changes

图 4 和图 5 分别展示了不同天线数目和虚警概率对算法检测概率的影响.其中,图 4 给出了 GSNR = 1dB、α = 1.8、p = 0.3、N = 300、P_{FA} = 0.1 时,上述三种算法对应的仿真结果.结果表明,所提 DMHMM 算法的检测性能明显优于 MME 和 CHME 算法.随着次级用户配置天线数目增加,DMHMM 和 MME 算法的检测性能有明显提升,CHME 算法性能则提升较慢.其原因在于,随着天线数目的增加,所提 DMHMM 算法能够更加充分地利用多天线接收信号的相关信息,从而表现出更为明显的优势.图 5 给出了 M = 5 时三种算法的工作特性曲线,其结果表明,随着目标虚警概率的增加,三种检测算法的检测概率均有明显增加,但本文所提 DMHMM 算法的感知性能提升最快.

为了探究不同特征指数 α 和不同分数阶次 p 对三种算法感知性能的影响,图 6 和图 7 给出了当 GSNR = 2 dB、M=5、N=300 时,不同算法的仿真对比情况.图 6 为 p = 0.3 时三种算法感知性能在不同特征指数 α 下的变化曲线,其结果表明,三种算法的检测

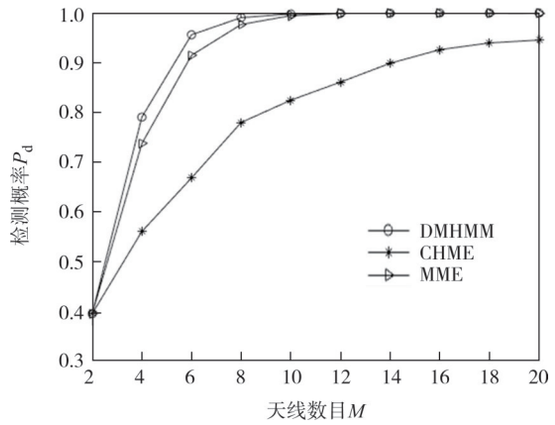

图4 检测概率随天线数目变化对比曲线

Fig.4 Comparison curves of detection probabilities when the number of antennas changes

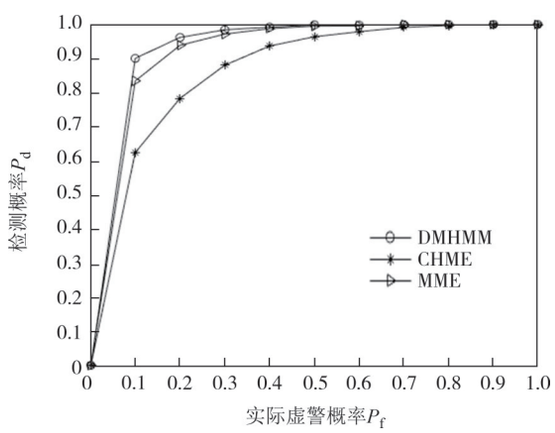

图5 工作特性曲线

Fig. 5 Operating characteristic curves

性能都随着特征指数α的增大而提升,原因在于α越大,噪声的高斯性越强,更有利于感知判决,检测性能越好.当特征指数$\alpha \leqslant 1.4$时,三种算法的检测性能相差不大,其原因在于,此时$S\alpha S$分布噪声的非高斯性很强,相应的预处理不能很好地抑制$S\alpha S$分布噪声的脉冲特性,使得算法的检测概率较低;而当特征指数$\alpha > 1.4$时,$S\alpha S$分布噪声的非高斯性变弱,此时预处理操作能够很好地削弱$S\alpha S$分布噪声的脉冲特性,从而有助于提升三种算法的检测性能.与此同时,通过固定$\alpha = 1.4$,图7的仿真结果表明三种算法的检测性能均随着p的增大而降低;当$p \geqslant 0.3$时,三种算法的感知性能变得基本相同.其原因在于,预处理过程中p越小,对非高斯性噪声的预处理效果越明显,算法感知性能越好;当p达到0.3以后,预处理的效果越来越不明显,使得三种算法感知性能相当.从仿真结果可以看出,本文所提DMHMM算法在上述两种情况下均表现出最佳的检测性能.

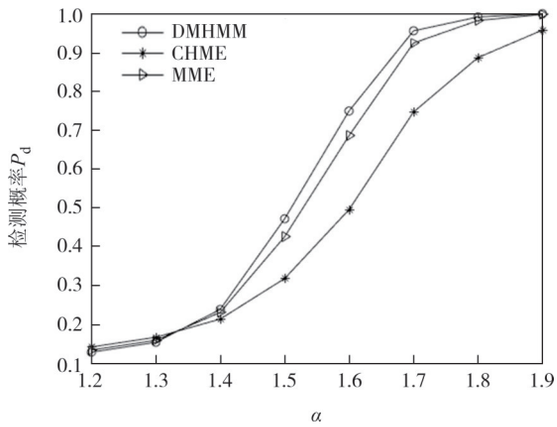

图6 检测概率随特征指数的变化对比曲线

Fig. 6 Comparison curves of detection probabilities when the characteristic exponent changes

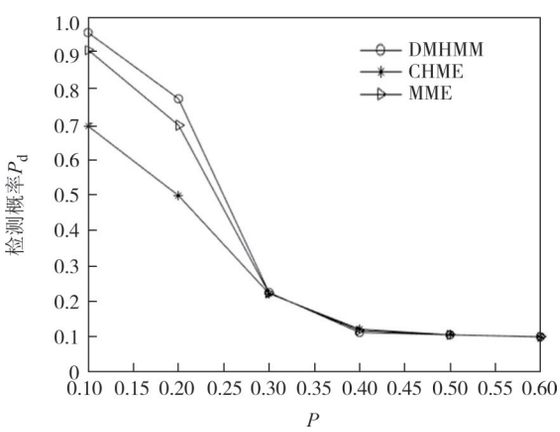

图7 检测概率随分数阶次的变化曲线

Fig. 7 Comparison curves of detection probabilities when the fractional order changes

3.3 参数对算法性能影响分析

图8和图9分别展示了所提DMHMM算法检测概率在不同特征指数α和不同分数阶次p下随广义信噪比变化曲线.仿真过程中设置$N = 300$,$M = 5$.图8的结果表明,所提DMHMM算法的检测概率随着特征指数α的增加而增加,此时的预处理效果对非高斯性强的噪声表现得更为明显;同时特征指数α越大,$S\alpha S$分布噪声的非高斯性越弱,噪声分布越接近高斯噪声,越有利于判决,检测性能越好.图9的结果表明,所提DMHMM算法的检测概率随着分数阶次p的减小而增大,p越小,分数低阶预处理对非高斯性噪声的处理效果越明显,DMHMM算法表现出更优的检测性能.

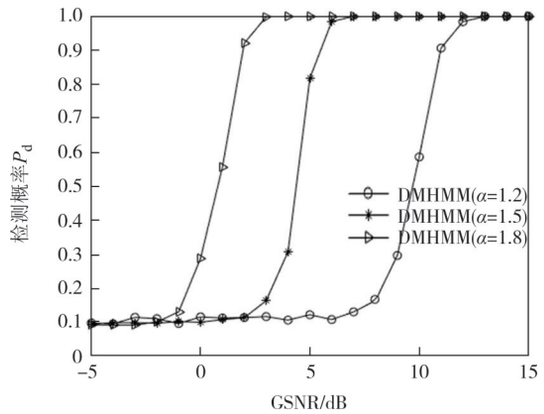

图 8　DMHMM 算法检测概率在不同特征指数下随广义信噪比变化曲线(p =0.4)

Fig. 8　Detection probability curves of the DMHMM algorithm under different characteristic exponents(p =0.4)

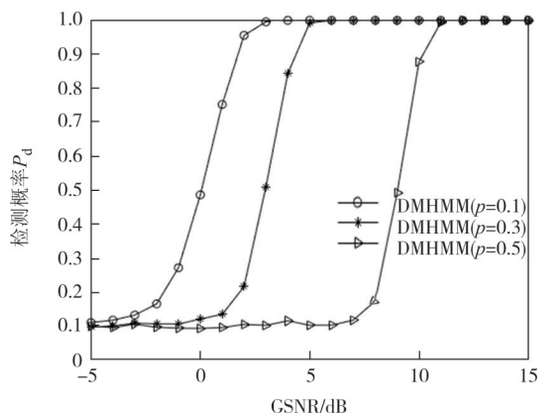

图 9　DMHMM 算法检测概率在不同分数阶次下随广义信噪比变化曲线(α =1.4)

Fig.9　Detection probability curves of the DMHMM algorithm under different fractional orders(α =1.4)

4　结 论

1)针对*SαS*分布噪声提出了一种基于分数低阶预处理与特征值调和平均检测相结合的盲DMHMM频谱感知算法.该算法在预处理阶段通过分数低阶运算降低*SαS*分布噪声非高斯特性的影响,在检测阶段利用极值特征值与特征值调和平均设计检测判决量,检测过程无须依赖*SαS*分布噪声特征参数,适应范围广.

2)基于Wishart矩阵特征值几何平均的矩理论,以及高维随机矩阵中最大和最小特征值的渐近分布理论,针对DMHMM频谱感知算法提出了一种有效的理论判决门限计算方法.该方法在降低门限计算复杂度的同时,提高了非渐近条件下*SαS*分布噪声中主用户信号检测结果的可靠性.

3)仿真结果表明,所提DMHMM算法可以获得比半盲DMGM算法更为可靠的检测判决结果,且在检测阶段无需*SαS*分布噪声相关参数;由于同时利用了分数低阶预处理后取样协方差矩阵的极值特征值,以及所有特征值的调和平均信息,能够更好地反映主用户信号的变化,新算法具有比MME和CHME算法更优的检测效果.

参考文献

[1] CHEN Y, CAI Y M, DING G R, et al. Age of information for short-packet relay communications in cognitive-radio-based Internet of Things with outdated channel state information[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2023, 9(3): 722-737.

[2] MALIK T S, MALIK K R, AFZAL A, et al. RL-IoT: reinforcement learning-based routing approach for cognitive radio-enabled IoT communications[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2023, 10(2): 1836-1847.

[3] WEN X T, RUAN Y H, LI Y Z, et al. A hierarchical game framework for win-win resource trading in cognitive satellite terrestrial networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(10): 13530-13544.

[4] KOKTAS E, BAŞAR E. Communications for the planet Mars: past, present, and future[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2024, 39(9): 216-258.

[5] MA Y R, JIN M, GUO Q H, et al. Spectral-correlation based spectrum sensing under large delay spread channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(3): 3663-3675.

[6] JIN M, CHEN G, GUO Q H, et al. Log-likelihood ratio test for spectrum sensing with truncated covariance matrix [J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 11(10): 18205-18220.

[7] HUANG Y J, LAI H D, DAI J S, et al. Kendall's tau based spectrum sensing for cognitive radio in the presence of Laplace noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2024, 31(10): 2840-2844.

[8] MEHRABIAN A, SABBAGHIAN M, YANIKOMEROGLU H. Spectrum sensing for symmetric α-stable noise model with convolutional neural networks [J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(8): 5121-5135.

[9] ZHU X M, CHAMPAGNE B, ZHU W P. Rao test based cooperative spectrum sensing for cognitive radios in non-Gaussian noise[J]. Signal Processing, 2014, 97: 183-194.

[10] ZHANG J L, LIU M Q, CHEN Y F, et al. Multiantenna spectrum sensing with alpha-stable noise for cognitive radio-enabled IoT[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 11(12): 21546-21558.

[11] ZHU X M, WANG T J, BAO Y P, et al. Signal detection in generalized Gaussian distribution noise with nakagami fading

channel[J]. IEEE Access,2019,7:23120-23126.

[12] KURUOGLU E E, FITZGERALD W J, RAYNER P J W. Near optimal detection of signals in impulsive noise modeled with a symmetric/Spl Alpha /-Stable distribution [J]. IEEE Communications Letters, 1998, 2(10): 282-284.

[13] DAI Z, WANG P B, WEI H K, et al. Adaptive detection with constant false alarm ratio in a non-Gaussian noise background[J]. IEEE Communications Letters,2019,23(8):1369-1372.

[14] MA X Y, NIKIAS C L. Parameter estimation and blind channel identification in impulsive signal environments [J]. IEEE Transactions on Signal Processing ,1995, 43(12): 2884-2897.

[15] SHAO M, NIKIAS C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications [J]. Proceedings of the IEEE, 1993, 81(7): 986-1010.

[16] 陈增茂, 汪楷淋, 孙志国, 等. Alpha稳定分布噪声下基于特征值之差频谱感知算法[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45(9): 2949-2955.
CHEN Z M, WANG K L, SUN Z G, et al. Eigenvalue difference spectrum sensing algorithm under Alpha stable distributed noise[J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 45(9): 2949-2955.(in Chinese)

[17] 杨喜,田冲, 方如意, 等. 基于数值分析理论的低复杂度MED算法[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2022,49(10):24-33.
YANG X, TIAN C, FANG R Y, et al. Low complexity MED algorithm based on numerical analysis theories [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences),2022,49(10):24-33.(in Chinese)

[18] ZHAO W J, LI H, JIN M L, et al. Eigenvalues-based universal spectrum sensing algorithm in cognitive radio networks[J]. IEEE Systems Journal, 2021, 15(3): 3391-3402.

[19] AWIN F, ABDEL-RAHEEM E, TEPE K. Blind spectrum sensing approaches for interweaved cognitive radio system: a tutorial and short course [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2019, 21(1): 238-259.

[20] PILLAY N, XU H J. Eigenvalue-based spectrum 'hole' detection for Nakagami-*m* fading channels with Gaussian and impulse noise [J]. IET Communications, 2012, 6(13): 2054-2064.

[21] 王皓月. α稳定分布噪声下通信信号频谱感知技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学,2021.
WANG H Y. Research on spectrum sensing technology of communication signal under α -stable distributed noise [D]. Harbin: Harbin Engineering University,2021.(in Chinese)

[22] CAPTAIN K, JOSHI M. SNR wall for generalized energy detector in the presence of noise uncertainty and fading [J]. Physical Communication,2019,32:172-184.

[23] 宋永健,朱晓梅,包亚萍,等. 非高斯噪声中基于分数低阶矩协方差MME检测的频谱感知算法[J]. 信号处理, 2018,34(2): 235-241.
SONG Y J, ZHU X M, BAO Y P, et al. Spectrum sensing under non-Gaussian noise using fractional lower order moments covariance MME detection[J]. Journal of Signal Processing,2018, 34(2): 235-241.(in Chinese)

[24] BAI Z D, FANG Z B, LIANG Y C. Spectral theory of large dimensional random matrices and its applications to wireless communications and finance statistics[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press,2009.

[25] MUIRHEAD R J. Aspects of multivariate statistical theory[M]. New York: Wiley-Interscience,2005.