北京林业大学学报
JOURNAL OF BEIJING FORESTRY UNIVERSITY

树干横力弯曲中性轴的数值模拟

徐鹏飞 张厚江 辛振波 袁江玉

Numerical simulation of neutral axis in transverse bending of tree trunk

Xu Pengfei, Zhang Houjiang, Xin Zhenbo, Yuan Jiangyu

引用本文:
徐鹏飞, 张厚江, 辛振波, 袁江玉. 树干横力弯曲中性轴的数值模拟[J]. 北京林业大学学报, 2024, 46(8):1-14. doi: 10.12171/j.1000-1522.20240073
Xu Pengfei, Zhang Houjiang, Xin Zhenbo, Yuan Jiangyu. Numerical simulation of neutral axis in transverse bending of tree trunk [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2024, 46(8):1-14. doi: 10.12171/j.1000-1522.20240073

在线阅读 View online: https://doi.org/10.12171/j.1000-1522.20240073

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

基于火模拟的森林火灾风险定量评估
Quantitative assessment for forest fire risk based on fire simulation: taking the Subtropical Forest Experimental Center of Chinese Academy of Forestry as an example
北京林业大学学报, 2022, 44(9): 83-90. https://doi.org/10.12171/j.1000-1522.20210328

古建筑七架梁缺陷安全性影响数值模拟研究
Numerical simulation of the safety influence of defects on Qijia-beams of ancient timber building
北京林业大学学报, 2020, 42(4): 142-154. https://doi.org/10.12171/j.1000-1522.20190328

格库铁路桥路过渡段风沙流场数值模拟
Numerical simulation on wind-sand flow field at the bridge and roadbed transition section of Golmud-Korla Railway in northwestern China
北京林业大学学报, 2022, 44(2): 75-81. https://doi.org/10.12171/j.1000-1522.20210213

高能微波处理辐射松木材的抗弯力学性能与损伤演化特征
Bending properties and damage evolution characteristics of high-intensity microwave treated radiata pine lumber
北京林业大学学报, 2022, 44(8): 107-116. https://doi.org/10.12171/j.1000-1522.20220095

古建筑墙体木柱缺陷对其安全性影响数值模拟研究
Numerical simulation on the influence of wall wood column defects on the safety of ancient building
北京林业大学学报, 2022, 44(1): 132-145. https://doi.org/10.12171/j.1000-1522.20210341

居住区楼间绿化对建筑采光条件影响的数字模拟研究
Numerical simulation study on the influence of greening between buildings on sunlight conditions of building in residential area
北京林业大学学报, 2020, 42(12): 101-114. https://doi.org/10.12171/j.1000-1522.20200039

DOI:10.12171/j.1000−1522.20240073

树干横力弯曲中性轴的数值模拟

徐鹏飞[1,2]　张厚江[1,2]　辛振波[3]　袁江玉[4]
（1. 北京林业大学工学院，北京 100083；2. 北京林业大学木材无损检测国际联合研究所，北京 100083；3. 山东农业大学机械与电子工学院，山东 泰安 271018；4. 北京市昌平区十三陵特区办事处，北京 102213）

摘要:【目的】为了评估树木的风载安全性，研究树木在风力作用下的横力弯曲，确定树干横截面形状、树轮、缺陷等因素对树干弯曲中性轴的影响。**【方法】**采用欧拉–伯努利梁假设，推导了通用弯曲中性轴倾斜角计算公式。随后设计了树干模型，模型包括 3 种外轮廓（圆形、椭圆形、随机形状）和两种内部结构（多层同心、圆形缺陷），并采用不同的弹性模量模拟材料属性的变化。最后进行数值模拟，采用随机森林算法分析、预测数值模拟的结果，确定各个因素的重要性。**【结果】**在树轮模型中，质形偏心距 < 4 mm 的比例超过 97%，各因素影响质形偏心距的重要性为早晚材弹性模量比 > 树轮数量 > 偏心距与基圆半径之比 > 截面圆度；偏转角（实际弯曲中性轴倾斜角相对均匀截面弯曲中性轴倾斜角的偏转角）均 < 0.5°，且< 0.08°的比例高于 97%，影响树干弯曲中性轴倾斜角的重要性为载荷方位角 > 截面圆度 > 偏心距与基圆半径之比 > 树轮数量 > 早晚材弹性模量比。在缺陷模型中，质形偏心距 < 5 mm 的数量约占总数的 80%，在 5 ~ 15 mm 之间的约为 15%，> 15 mm 的约为 5%，各因素影响质形偏心距的重要性为缺陷半径 > 缺陷树干与正常树干弹性模量之比 > 偏心距与基圆半径之比 > 截面圆度；偏转角 < 1°的比例超过 90%，但在极限情况下偏转角也可达到 50°，影响弯曲中性轴倾斜角的重要性为载荷方位角 > 截面圆度 > 偏心距与基圆半径之比 > 缺陷半径 > 缺陷树干与正常树干弹性模量之比。**【结论】**树轮对树干弯曲中性轴的影响很小，横截面轮廓形状、缺陷对其影响较大。在进行树干受力检测计算时，可忽略树轮的影响，但要考虑树干横截面形状和缺陷的影响。

关键词：弯曲；安全评估；数值模拟；质形偏心距；弯曲中性轴倾斜角
中图分类号：S781.2　**文献标志码：**A　**文章编号：**1000−1522(2024)08−0001−14
引文格式：徐鹏飞，张厚江，辛振波，等. 树干横力弯曲中性轴的数值模拟［J］. 北京林业大学学报，2024，46(8)：1−14. Xu Pengfei, Zhang Houjiang, Xin Zhenbo, et al. Numerical simulation of neutral axis in transverse bending of tree trunk［J］. Journal of Beijing Forestry University, 2024, 46(8): 1−14.

Numerical simulation of neutral axis in transverse bending of tree trunk

Xu Pengfei[1,2]　Zhang Houjiang[1,2]　Xin Zhenbo[3]　Yuan Jiangyu[4]
(1. School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China;
2. Joint International Research Institute of Wood Nondestructive Testing and Evaluation, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China;
3. College of Mechanical & Electronic Engineering, Shandong Agricultural University, Taian 271018, Shandong, China;
4. Administration Office of the Ming Tombs in Changping District, Beijing 102213, China)

Abstract:［**Objective**］In order to assess the wind load safety of trees, the transverse force bending of trees under wind force was studied to determine the effect of factors such as trunk cross-sectional shape, tree ring, and defects on the neutral axis of trunk bending.［**Method**］In this study, the Euler-Bernoulli beam assumption was used to deduce a generalized formula for the slope of neutral axis. Then, trunk models were designed with three types of contours (circle, ellipse, and random), two internal structures (multi-layer

收稿日期: 2024−03−15　**修回日期:** 2024−06−27
基金项目: 国家自然科学基金（31328005），树木对文物建筑保存状态影响研究横向项目（2019HXFWGXY007）。
第一作者: 徐鹏飞，博士生。主要研究方向：木材无损检测技术。Email：xupengfei.nick@foxmail.com　地址：100083 北京市海淀区北京林业大学工学院。
责任作者: 张厚江，教授，博士生导师。主要研究方向：木材无损检测技术。Email：hjzhang6@bjfu.edu.cn　地址：同上。
本刊网址: http://j.bjfu.edu.cn；http://journal.bjfu.edu.cn

concentric structure and circular defects). And different moduli of elasticity were used to simulate variations in material properties. Finally, numerical simulations were performed, the results of numerical simulations were analyzed and predicted using the random forest model, and the relative contribution of each factor was identified. [**Result**] In tree-ring models, the probability that the distance from mass center to form center of the tunk cross-section was less than 4 mm exceeded 97%, and the importance affecting the distance was ratio of the elasticity modulus of the early wood to the late wood > tree-ring number > ratio of the eccentricity distance to the basal circle radius > cross-section roundness. The deflection angles (from the actual neutral axis to the neutral axis of uniform section) were all less than 0.5°, and more than 97% of the total number was less than 0.08°. The importance affecting the slope angle of neutral axis in trunk bending was load azimuth > cross-section roundness > ratio of the eccentricity distance to the basal circle radius > tree-ring number > ratio of the elasticity modulus of the early wood to the late wood. In the circular defect model, there was about 80% of all cases where the distance from mass center to form center was less than 5 mm, about 15% of all cases between 5−15 mm, and about 5% of all cases greater than 15 mm. The importance affecting the distance was the defect radius > ratio of the elasticity modulus of the trunk with defects to the normal trunk > ratio of the eccentricity distance to the basal circle radius > cross-section roundness. More than 90% of all cases had a deflection angle less than 1°, but in some extreme cases, the deflection angle may reach 50°. The importance affecting the slope angle was load azimuth > cross-section roundness > ratio of the eccentricity distance to the basal circle radius > the defect radius > ratio of the elasticity modulus of the trunk with defects to the normal trunk. [**Conclusion**] Tree-ring have a small effect on bending neutral axis of a tree trunk, while defects and cross-section shapes have a large effect on it. In the calculation and detection of trunk stress, the tree-ring can be ignored, but the cross-section shape and defects inside a trunk need to be taken into account.

Key words: bending; risk assessment; numerical simulation; distance from mass center to form center; slope angle of bending neutral axis

为了评估树木的风载安全性，需要检测计算树干的受力状况。根据梁的受力弯曲理论，不论是通过检测点上的应变推算树干受力，还是由树干受力推算树干任意点上的应变，均需确定点到弯曲中性轴的距离。因此，确定树干弯曲中性轴的位置是进行树干受力分析的关键。当载荷方向一定时，树干弯曲中性轴受到横截面形状与木材弹性模量影响。在力学计算或受力检测时，树干通常被假设为横截面为圆形且质地均匀标准的直立悬臂梁。但实际上树干横截面形状各异，树轮早晚材弹性模量差异巨大，树干内部存在多种缺陷。

树干横截面形状通常被近似为是圆形。陶嗣巍等[1]通过假设树干为圆形同心结构提出了一种树木几何结构的快速建模方法；Wu 等[2]利用树干的圆形假设，提出了一种测量树干最大扭转剪切和弯曲应变的方法；吴贻军等[3]建立了圆形树干模型并进行了有限元仿真；张鳌等[4]对圆形横截面的大单株树木进行了抗风模拟研究。对于横截面为圆形的理想悬臂梁，梁的弯曲中性轴垂直于载荷作用平面。然而，树干是未经雕琢的自然材料，横截面形态各异且不规则。尤磊[5]采用三维激光扫描技术对树木复杂的枝干形状进行了建模研究，确定自然树干横断面是一个不规则的几何体；李秀莲等[6]研究了非对称截面梁的斜弯曲，确定非对称截面梁的弯曲中性轴不与载荷平面垂直。因此，有必要研究不同横截面形状对弯曲中性轴的影响。

树干材料通常被简化为各向同性或正交各向异性的均质材料。于永柱等[7]假设木材为各向同性材料研究了古建筑木柱的安全性，欧自娜等[8]也采用各向同性假设研究了古建筑七架梁的缺陷安全性，刘丰禄等[9]基于正交各向异性假设检测了落叶松（*Larix gmelinii*）生材的 12 个弹性常数。对于材质均匀的梁，横截面上使横截面图形对坐标轴的惯性积为零的任意一对坐标轴被称为主惯性轴，原点与形心重合的主惯性轴则被称为形心主惯性轴，可以通过形心主惯性轴快速地确定树干的弯曲中性轴。但实际上，树干是弹性模量几乎处处不同的非均质材料。对于材质非均匀的梁，王振刚[10]利用变化的材料属性模拟了梁弯曲的损伤；吴晓等[11]确定了双模量泡沫铝芯夹层梁弯曲时的梁中性轴位置；姚文娟等[12]研究了拉压模量不同的梁的弯曲中性轴。然而，国内外将树干作为非均质天然直立悬臂梁的研究很少。造成树干非均质的因素宏观上主要有树轮和内部缺陷等。Mattheck[13]的研究发现树木会在高应

力区域产生应力木以提高抵抗破坏的能力；Krauss 等[14]研究发现树木早材的弹性模量与树龄无关，晚材的弹性模量随树龄的增加而增加；葛晓雯[15]研究发现杨树（*Populus* spp.）活立木的内部腐朽会极大地降低其弹性模量。因此，对树干的模拟需要考虑树干的内部结构。

基于树干弯曲中性轴复杂而又难以确定的实际情况，为了较为准确地评估树干受力，有必要对影响树干弯曲中性轴的各项因素进行深入的研究。本研究将确定树干横截面形状、树轮、缺陷等因素对树干弯曲中性轴的影响，以提高树干受力检测计算的精度。本研究基于欧拉–伯努利梁假设进行理论推导，同时建立多种树干模型，在不同的参数下进行数值模拟，确定各因素对弯曲中性轴的影响规律，并确定各因素的重要性。

1　理论基础

对于如图 1 所示的任意形状的树干横截面，以形心点 O 建立坐标系，横轴 X 正向朝东，纵轴 Y 正向朝北。其任意点的弹性模量为$E(x_1,y_1)$。定义变量 S_{Ex}、S_{Ey}、A_E、y_E、x_E为

$$\begin{cases} S_{Ex}=\int_A E(x_1,y_1)y_1\mathrm{d}A \\ S_{Ey}=\int_A E(x_1,y_1)x_1\mathrm{d}A \\ A_E=\int_A E(x_1,y_1)\mathrm{d}A \\ y_E=\dfrac{S_{Ex}}{A_E} \\ x_E=\dfrac{S_{Ey}}{A_E} \end{cases} \tag{1}$$

即

$$\begin{cases} S_{Ex}=y_E A_E \\ S_{Ey}=x_E A_E \end{cases} \tag{2}$$

式中：x_1、y_1分别为截面上任意点的横坐标和纵坐标，$E(x_1,y_1)$为坐标（x_1,y_1）处的弹性模量。

作 x 轴平行于 X 轴，y 轴平行与 Y 轴。假设 x 轴为弯曲中性轴时，则有S_{Ex}= 0 时，y_E= 0；同理，假设 y 轴为弯曲中性轴时，则有S_{Ey}= 0 时，x_E= 0。因此，在 XOY 坐标系中，弯曲中性轴必过定点 $C(x_E,y_E)$[16]。又因为木材弹性模量与木材密度之间线性正相关，所以 C 点为横截面的质心。定义横截面质心 C 偏离横截面形心 O 的距离|OC|为质形偏心距 l。当横截面上各点材质相同时，质心 C 与横截面的形心重合，即 l 为 0。

在 xCy 新坐标系中，风力作用下横截面上任意一点的应力为 $\sigma(x,y)$，由胡克定律可得

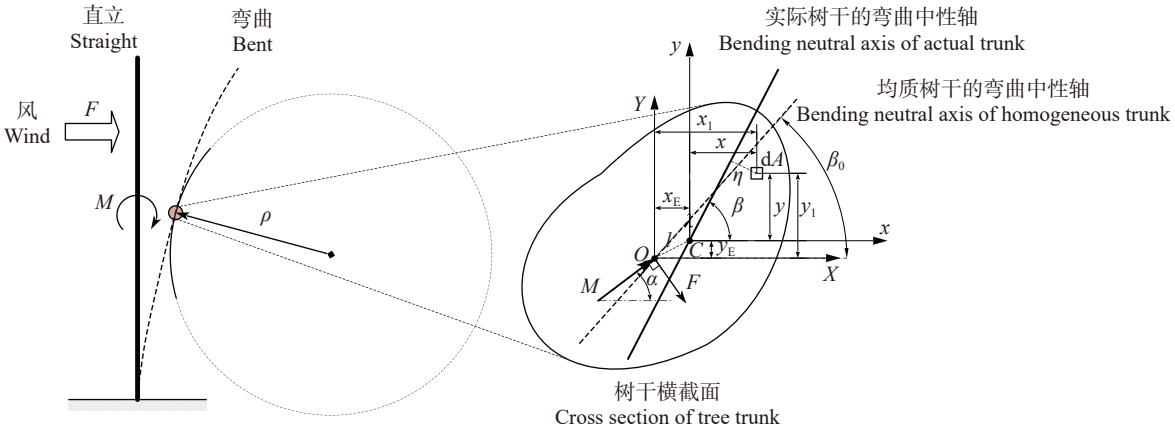
$$\sigma(x,y)=\frac{E(x,y)\eta}{\rho} \tag{3}$$

式中：$E(x,y)$为坐标（x,y）处的弹性模量，η 为任意微元 dA 到中性轴的距离，ρ 为横截面处的曲率半径，采用欧拉–伯努利梁的假设，树干受横力弯曲，则有轴向合力为 0，即

$$\int_A \sigma(x,y)\mathrm{d}s=\int_A \frac{E(x,y)\eta}{\rho}\mathrm{d}A=0 \tag{4}$$

若 β 为弯曲中性轴与 x 轴的夹角，任意微元dA到弯曲中性轴的距离η可表示为

$$\eta=y\cos\beta-x\sin\beta \tag{5}$$



F 为风力，M 为横截面上的弯矩，ρ 为横截面处的曲率半径，O 为横截面外轮廓形心，C 为弯曲中性轴定点（质心），l 为点 O、C 之间的距离（质形偏心距），α 为载荷方位角，β 为实际树干弯曲中性轴与 x 轴的夹角，β_0 为均质树干弯曲中性轴与 x 轴的夹角，任意微元 dA 到中性轴的距离为 η。F is wind force, M is bending moment on cross section, ρ is radius of curvature at cross section, O is centre of cross-section's external profile, C is fixed point of bending neutral axis, l is the distance between O and C, α is the load azimuth, β is angle between neutral axis of actual trunk and the x-axis, β_0 is angle between neutral axis of homogenous trunk and x-axis, and η is the distance from any micromeric element dA to neutral axis.

图 1　树干横截面受力示意图

Fig. 1　Schematic diagram of cross-sectional stress on tree trunk

设 α 为弯矩 M 与 x 轴的夹角，即载荷方向角，则 M 分解为 M_x 和 M_y，当 M_x 单独作用时，$M_x = M\cos\alpha$，$M_y = 0$，即

$$M_y = \int_A x\sigma \mathrm{d}A = \frac{1}{\rho}\left(\cos\beta \int_A E(x,y)xy\mathrm{d}A - \sin\beta \int_A E(x,y)x^2\mathrm{d}A\right) = 0 \tag{6}$$

$$M_x = y\sigma \mathrm{d}A = \frac{1}{\rho}\left(\cos\beta \int_A E(x,y)y^2\mathrm{d}A - \sin\beta \int_A E(x,y)xy\mathrm{d}A\right) = 0 \tag{7}$$

令自定义变量 I_{Ex}、I_{Ey}、I_{Exy} 为

$$\begin{cases} I_{Ex} = \int_A E(x,y)y^2\mathrm{d}A \\ I_{Ey} = \int_A E(x,y)x^2\mathrm{d}A \\ I_{Exy} = \int_A E(x,y)xy\mathrm{d}A \end{cases} \tag{8}$$

由式(6)～(8)得到正应力 σ 为

$$\sigma = \frac{E(x,y)M_x(yI_{Ey} - xI_{Exy})}{I_{Ex}I_{Ey} - I_{Exy}^2} \tag{9}$$

同理，当 M_y 单独作用时，$M_y = M\sin\alpha$，$M_x = 0$，可得

$$\sigma = \frac{E(x,y)M_y(yI_{Exy} - xI_{Ex})}{I_{Ex}I_{Ey} - I_{Exy}^2} \tag{10}$$

因此，在弯矩 M 的作用下，横截面上任意点 (x, y) 的正应力 $\sigma(x,y)$ 为

$$\sigma(x,y) = \frac{E(x,y)M_x(yI_{Ey} - xI_{Exy})}{I_{Ex}I_{Ey} - I_{Exy}^2} + \frac{E(x,y)M_y(yI_{Exy} - xI_{Ex})}{I_{Ex}I_{Ey} - I_{Exy}^2} \tag{11}$$

根据定义，横截面中性轴上各点的正应力为 0，即

$$\frac{E(x,y)M_x(yI_{Ey} - xI_{Exy})}{I_{Ex}I_{Ey} - I_{Exy}^2} + \frac{E(x,y)M_y(yI_{Exy} - xI_{Ex})}{I_{Ex}I_{Ey} - I_{Exy}^2} = 0 \tag{12}$$

化简可得中性轴的方程

$$y(M_xI_{Ey} + M_yI_{Exy}) - x(M_yI_{Ex} + M_xI_{Exy}) = 0 \tag{13}$$

中性轴的斜率 $\tan\beta$ 为

$$\tan\beta = \frac{y}{x} = \frac{M_yI_{Ex} + M_xI_{Exy}}{M_xI_{Ey} + M_yI_{Exy}} \tag{14}$$

图 1 显示

$$M_x = M\cos\alpha \tag{15}$$

$$M_y = M\sin\alpha \tag{16}$$

即

$$\tan\beta_0 = \frac{\sin\alpha I_{Ex} + \cos\alpha I_{Exy}}{\cos\alpha I_{Ey} + \sin\alpha I_{Exy}} \tag{17}$$

当横截面上各点材质相同时，式(17)计算出的斜率 $\tan\beta_0$ 为均质树干的弯曲中性轴的斜率。定义实际树干弯曲中性轴相对于均质树干弯曲中性轴的偏转角 γ 为

$$\gamma = |\beta - \beta_0| \tag{18}$$

2 研究方法

2.1 树干模型的建立

树干模型主要由树干外轮廓和树干内部结构两部分组成。实际树干的横截面并非完美的圆形，而呈现出不规则的形态。同时，树干内部也非均质，树轮中的早晚材弹性模量存在显著差异，并且可能存在腐朽、空洞等缺陷。本研究设计了圆形、椭圆形和随机形状这 3 种横截面，以研究横截面形状对弯曲中性轴的影响；设计了内部结构为多层同心结构的树干模型，以研究树轮对树木弯曲中性轴的影响；设计了内部结构为圆形缺陷的树干模型，以研究缺陷对树木弯曲中性轴的影响。

2.1.1 横截面外轮廓

为使树干模型更加贴近真实情况，本研究建立的树干模型包含了 3 种不同轮廓形状的横截面，分别为圆形、椭圆形和随机形状。

图 2 为本研究选取的截面轮廓。其中圆形横截面(No. 1)的半径 $R = 250$ mm，此半径被称之为基圆半径，其他截面均以此圆截面为基础生成。椭圆形横截面(No. 2)长轴长度为 a，短轴为 b，具体取值为

$$a = R$$

$$b = \frac{n+10}{2}R,\ n = 0,1,2,\cdots,10$$

随机横截面(No. 3 ～ No. 12)通过 12 个控制点生成，这 12 个点的极坐标(θ,Radius)为

$$\theta = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{6}, \cdots, \frac{11\pi}{6}$$

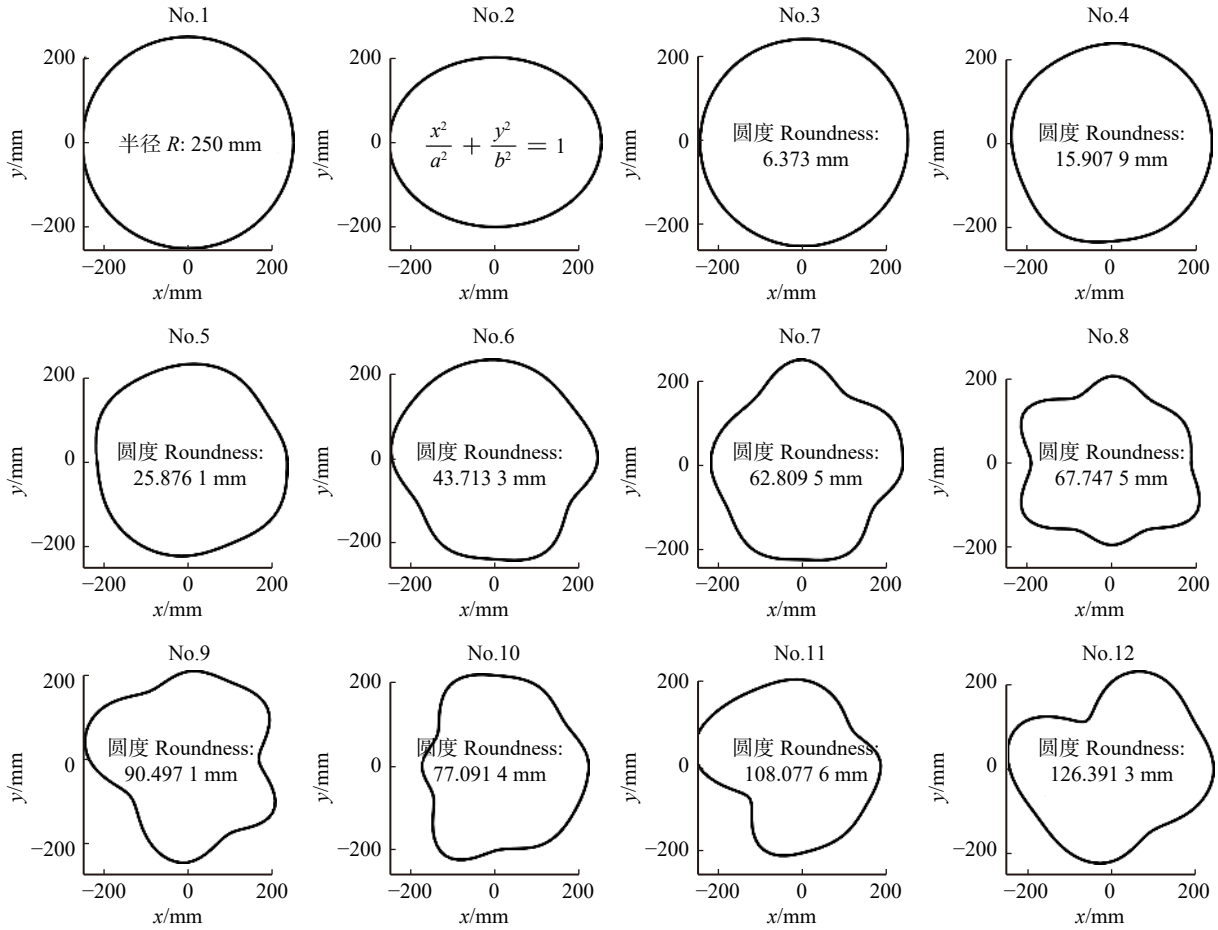
$$\mathrm{Radius} = [\mathrm{rand}(1,12)\times(1-n)+n]\times R,\quad n = 0.50, 0.55, 0.60, \cdots, 1.00$$

式中：rand(1, 12)函数产生 12 个在区间(0, 1)内均匀分布的随机数进而获得 12 个控制点的极坐标。根据树干横截面轮廓线过度平滑的生长特点，对前述 12 个控制点进行样条插值，获得最终的树干横截面并采用最小二乘法计算圆度。

2.1.2 树干模型的内部结构

内部结构主要考虑树轮及内部缺陷两方面情况。如图 3 所示，本研究设计了多层同心和圆形缺陷两种内部结构。多层同心结构用以模拟树轮，圆形缺陷用以模拟树干内部的腐朽、孔洞等缺陷。

图 3a 为多层同心结构，截面由里到外等比分为 N 层。所有奇数层的弹性模量为 E_1，用以模拟树干



No. 1 为圆形横截面，No. 2 为椭圆形横截面，No. 3 ~ No. 12 为随机横截面。*a* 为椭圆形横截面长轴的长度，*b* 为短轴的长度。No. 1 is a circular cross-section, No. 2 is an elliptical cross-section, and No. 3−No. 12 are random cross-sections. *a* is the length of the major axis of the elliptical cross-section, and *b* is the length of the minor axis.

图 2　树干模型横截面形状

Fig. 2　Cross-section shape of trunk models

的早材；所有偶数层的弹性模量为 E_2，用以模拟树干的晚材。图 3b 为圆形缺陷。自然树干的早晚材间存在力学性能的差异，且内部缺陷通常形状各异。为了控制变量进行定量分析且简化计算过程，本研究对对缺陷模型进行了简化处理，即假设树干材质均匀且内部缺陷为圆形。偏心距为 e，缺陷的半径为 r，缺陷的弹性模量为 E_3，缺陷以外部分的弹性模量为 E_4。各参数的具体取值为

$$\frac{e}{R}=0,0.05,0.10,\cdots,0.50$$

$$\frac{E_1}{E_2}=0,0.1,0.2,\cdots,1.0$$

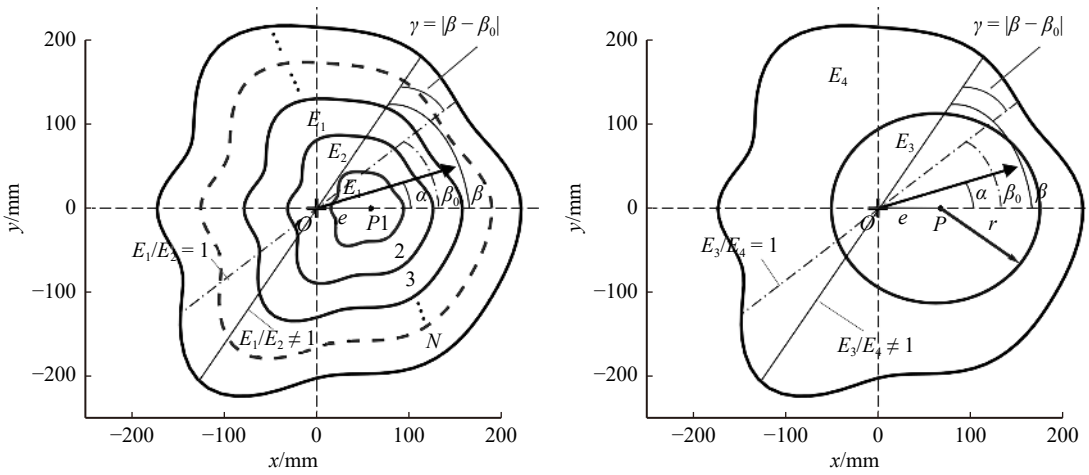
$$\frac{E_3}{E_4}=0,0.1,0.2,\cdots,1.0$$

$$\frac{r}{R}=0,0.05,0.10,\cdots,0.45$$

2.2　弯曲中性轴的数值模拟

本研究采用数值模拟的方式研究树干弯曲中性轴的影响因素。式(1)和式(8)显示：弯曲中性轴倾角以及所过的定点均需对截面进行二重积分。在本研究中，树干横截面轮廓通过插值获得，是一系列的离散数值，因而采用数值积分的方式计算积分的近似值。建立任意坐标系，对树干横截面进行网格划分，网格间距为 1 mm(图 4)，各积分的近似算法为式(19)～(24)。本研究以文中所述公式为基础，采用 Matlab 自编程序进行仿真。

$$\begin{aligned}A_E&=\int_A E(x,y)\mathrm{d}A\\&\approx\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{m-1}(x_{i+1}-x_i)\left\{\sum_{j=1}^{n-1}(y_{j+1}-y_j)[E(x_i,y_j)+E(x_i,y_{j+1})]+\right.\\&\left.\sum_{j=1}^{n-1}(y_{j+1}-y_j)[E(x_{i+1},y_j)+E(x_{i+1},y_{j+1})]\right\}\\&=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{m-1}\left\{\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_i,y_j)+E(x_i,y_{j+1})]+\right.\\&\left.\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_{i+1},y_j)+E(x_{i+1},y_{j+1})]\right\}\end{aligned}\tag{19}$$

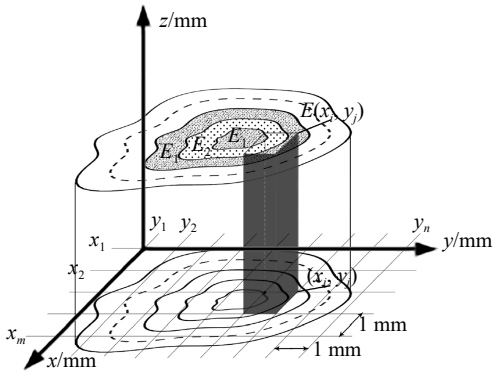


a 多层同心结构 Multi-layer concentric structure　　b 圆形缺陷 Circular defect

O 为坐标系原点，P 为髓心（多层同心）或者圆心（圆形缺陷），OP 的长度被定义为偏心距 e，N 为截面分层层数，E_1 为早材的弹性模量，E_2 为晚材的弹性模量，r 为缺陷半径，E_3 为缺陷的弹性模量，E_4 为无缺陷树干的弹性模量，α 为载荷方位角，β 是所建模型的弯曲中性轴倾斜角，β_0 是均匀材质的弯曲中性轴倾斜角，γ 为 β 到 β_0 的偏转角。O is the origin of coordinate system, P is the centre of pith (multi-layer concentric) or the centre of circle (circular defect), the length of OP is defined as eccentricity distance e, N is number of delamination layers in cross-section, E_1 is modulus of elasticity of earlywood, E_2 is modulus of elasticity of latewood, r is radius of defect, E_3 is modulus of elasticity of defect, and E_4 is modulus of elasticity of non-defective trunk, α is azimuth of wind load, β is bending neutral axis tilt angle of constructed model, β_0 is bending neutral axis tilt angle of homogeneous material, γ is relative deflection angle from β to β_0.

图 3　树干模型内部结构

Fig. 3　Internal structure of trunk models



E_1 为早材的弹性模量，E_2 为晚材的弹性模量，$E(x_i,y_j)$ 为网格节点 (x_i,y_j) 上的弹性模量。E_1 is modulus of elasticity of earlywood, E_2 is modulus of elasticity of latewood, and $E(x_i,y_j)$ is modulus of elasticity at grid joint (x_i,y_j).

图 4　数值积分示意图

Fig. 4　Schematic diagram of numerical integration

$$S_{Ex}=\int_A E(x,y)y\mathrm{d}A=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{m-1}\left\{\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_i,y_j)y_j+E(x_i,y_{j+1})y_{j+1}]+\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_{i+1},y_j)y_j+E(x_{i+1},y_{j+1})y_{j+1}]\right\} \tag{20}$$

$$S_{Ey}=\int_A E(x,y)x\mathrm{d}A=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{m-1}\left\{\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_i,y_j)x_j+E(x_i,y_{j+1})x_j]+\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_{i+1},y_j)x_{i+1}+E(x_{i+1},y_{j+1})x_{j+1}]\right\} \tag{21}$$

$$I_{Ex}=\int_A E(x,y)y^2\mathrm{d}A=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{m-1}\left\{\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_i,y_j)y_j^2+E(x_i,y_{j+1})y_{j+1}^2]+\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_{i+1},y_j)y_j^2+E(x_{i+1},y_{j+1})y_{j+1}^2]\right\} \tag{22}$$

$$I_{Ey}=\int_A E(x,y)x^2\mathrm{d}A=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{m-1}\left\{\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_i,y_j)x_j^2+E(x_i,y_{j+1})x_j^2]+\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_{i+1},y_j)x_{j+1}^2+E(x_{i+1},y_{j+1})x_{j+1}^2]\right\} \tag{23}$$

$$I_{Exy}=\int_A E(x,y)xy\mathrm{d}A=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{m-1}\left\{\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_i,y_j)x_iy_j+E(x_i,y_{j+1})x_iy_{j+1}]+\sum_{j=1}^{n-1}[E(x_{i+1},y_j)x_{i+1}y_j+E(x_{i+1},y_{j+1})x_{i+1}y_{j+1}]\right\} \tag{24}$$

根据式（1）求解横截面的形心 O 和质心 C，并且用两点间距公式计算质形偏心距 l（图 1）。弯曲中性轴斜率随着载荷方位角 α 的变化而变化，取 $\alpha=0,\frac{-3\pi}{6},\frac{-4\pi}{6},\cdots,\frac{-9\pi}{6}$，依次求得每个模型在每个 α 取值的弯曲中性轴的斜率 k_1 以及当截面弹性模量

处处相等时的 k_0。最后采用四象限反正切函数求得对应的弯曲中性轴倾斜角β和β_0。最后根据$\gamma=|\beta-\beta_0|$计算出弯曲中性轴偏转角γ。

2.3　回归模型的创建

本研究采取随机森林算法创建回归模型，用以预测质形偏心距 l 和弯曲中性轴倾斜角β。选取部分数值模拟的结果作为训练集，以剩下部分为检验集，采用随机森林算法对训练集进行训练，用检验集评估模型预测的准确性。同时，确定各变量对 l 和β的重要性。按以下步骤创建回归模型。

（1）以数值计算的结果为原始数据集，包含数据集 A（多层同心结构中截面质形偏心距）、B（圆形缺陷结构中截面质形偏心距）、C（多层同心结构中弯曲中性轴偏转角）和 D（圆形缺陷结构中弯曲中性轴偏转角），其样本数分别为 14 641、13 310、102 487 和 93 170，特征属性数分别为 4、4、5 和 5。

（2）从原数据集中分别随机选取 10 000、10 000、90 000 和 80 000 组数据作为训练集，分别记为 A1、B1、C1 和 D1，剩下的数据作为验证集，分别记为 A2、B2、C2 和 D2。

（3）采用 Matblab 自带的 TreeBagger 函数进行训练获得回归模型，模型训练参数包含构建的决策树数量（200）、决策树的叶子节点最小样本数（5）以及每个决策树构建时采样的特征数量（1）。

（4）运用训练好的模型对验证集进行预测，计算验证集的预测值与数值模拟值之间的相关系数，确定每个特征的重要性。

2.4　弯曲中性轴的实验检测

选取了胸高处横截面形状为图 5 所示的桧柏（*Sabina chinensis*），在图中所示的 1、5、9 处的树干表面分别粘贴了应变片以测量对应点位的应变。应变采集系统的采样频率为 50 Hz，分辨率为 10^{-8}。当树干在风力作用下发生弯曲时，假设弯曲中性轴的方程为 $y=kx+b$，各变量存在如下数学关系。

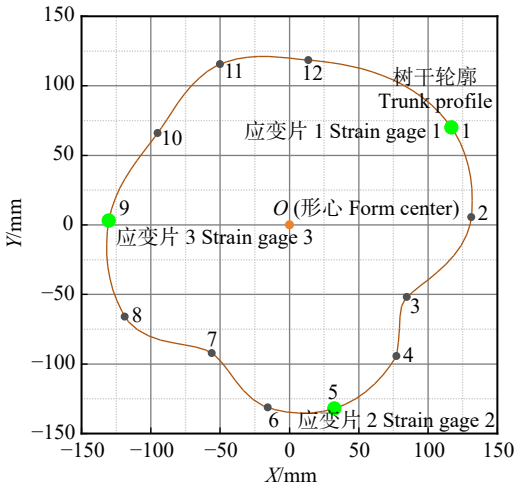


图 5　树干截面和应变片安装点位

Fig. 5　Trunk profile and strain gage mounting points

$$\begin{cases}\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=\dfrac{\eta_1}{\eta_2}=f(k,b)\\[2ex]\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3}=\dfrac{\eta_1}{\eta_3}=f(k,b)\end{cases}\tag{25}$$

式中：ε_1、ε_2、ε_3 分别为 3 个应变片所测的应变值，η_1、η_2、η_3 分别为 3 个应变片到弯曲中性轴的距离。求解方程组即可获得弯曲中性轴的解析方程。

3　结果与讨论

3.1　各因素对质形偏心距的影响

材质均匀的悬臂梁，受到横力弯曲时，弯曲中性轴过横截面形心。当树干非均质即各处木材的弹性模量存在差异时，弯曲中性轴不一定经过横截面形心，而是经过质心（x_E,y_E）。质形偏心距 l 为质心（x_E,y_E）到截面形心的距离，反映了树干内部结构（树轮或者缺陷）对弯曲中性轴的影响。本研究对建立的树干模型进行了数值计算，分析了横截面分层层数（N）、早晚材弹性模量之比（E_1/E_2）、偏心距与基圆半径之比（e/R）、圆形缺陷半径与基圆半径之比（r/R）以及缺陷树干与无缺陷树干弹性模量之比（E_3/E_4）对质形偏心距 l 的影响。

3.1.1　树轮数量

图 6 显示 3 种不同的轮廓有着相似的规律：$N=0$ 时，$l=0$，随着 N 的增大，l 先急速上升然后逐渐下降，最终趋于平缓；当 $N=0$ 时，整个横截面未被分割，横截面上的弹性模量处处相等，弯曲中性轴必过截面形心，即 $l=0$；当$N\neq0$时，整个横截面被分割成多个弹性模量不同的同心区域，通常情况下 $S_{Ex}^2+S_{Ey}^2\neq0$，则弯曲中性轴不一定过形心，即 $l>0$；当 $N>0$ 时，l 急速上升并在 $N=5$ 时达到最大值，随后快速下降并且下降的速率快速减小，在 $N\geqslant25$ 之后 l 低于 1 mm。对一般的树干而言，当 $E_1/E_2\leqslant0.5$、树龄 > 13 时，$l<1$ mm。因为圆形截面和椭圆截面均以 x 轴、y 轴对称，所以 $e/R=0$ 时依旧存在 $S_{Ex}^2+S_{Ey}^2=0$，此时弯曲中性轴依然过形心，即 $l=0$。而随机截面不具备此种对称性，通常有 $l>0$。

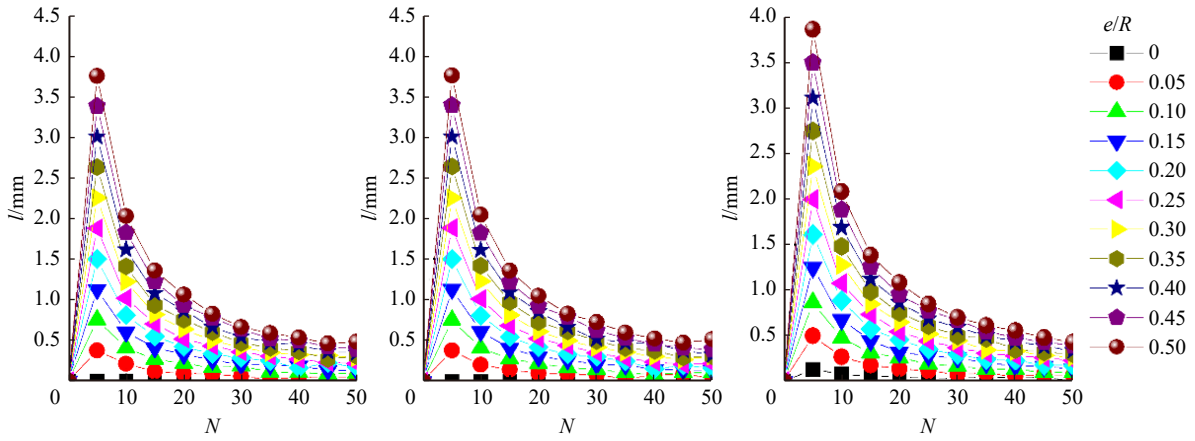
3.1.2　早晚材弹性模量比

图 7 显示 3 种不同的轮廓有着相似的规律：$E_1/E_2=0$ 时，l 有最大值，随后 l 近似匀速下降，直到 $E_1/E_2=1$ 时，l 降到 0。l 与早晚材弹性模量比负相关，即：在其他因素相同的情况下，E_1/E_2 越小，l 的值越大。通常来说，针叶材早晚材的弹性模量有着较大差异，并且受树种的影响很大，如：兴安落叶松的

E_1/E_2 为 0.2[16]，青海云杉 E_1/E_2 为 0.5[17]，人工林杉木 E_1/E_2 为 0.5[18]。

3.1.3 偏心距与基圆半径之比

图 8 显示 3 种不同的轮廓有着相似的规律：当

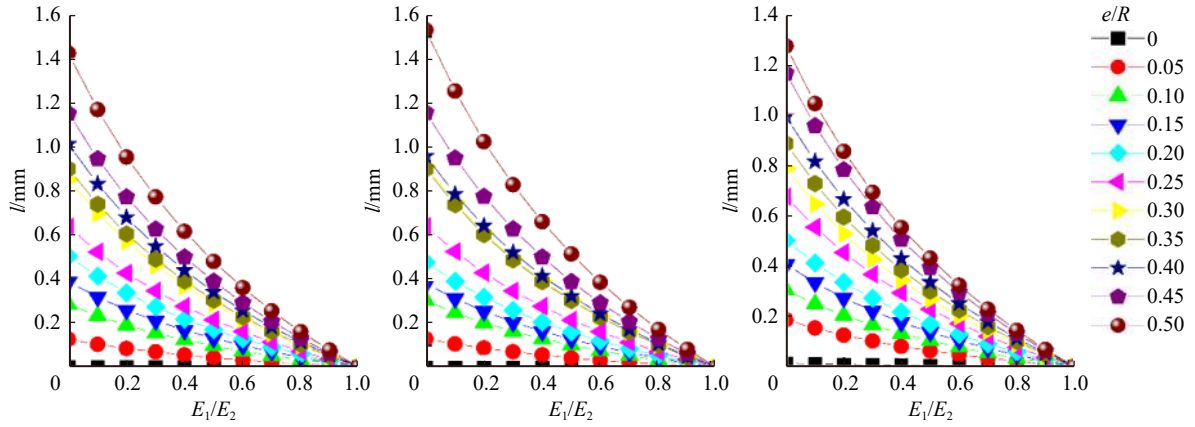


a 圆形截面 Circular section　b 椭圆截面 Elliptical section (b/a = 0.8)　c No.7 随机截面 Random section No.7

E_1 为早材的弹性模量，E_2 为晚材的弹性模量；e 为偏心距，R 为基圆半径；b/a 为椭圆的短轴与长轴之比；N 为截面分层层数；l 为点 O、C 之间的距离(图 1)。下同。E_1 is modulus of elasticity of earlywood, E_2 is modulus of elasticity of latewood. e is eccentricity distance, R is radius of base circle. b/a is ratio between the minor and major axis of ellipse, N is number of delamination layers in cross-section, l is distance between O and C (Fig. 1). The same below.

图 6　多层同心结构模型中 N 对 l 的影响(E_1/E_2 = 0.5)

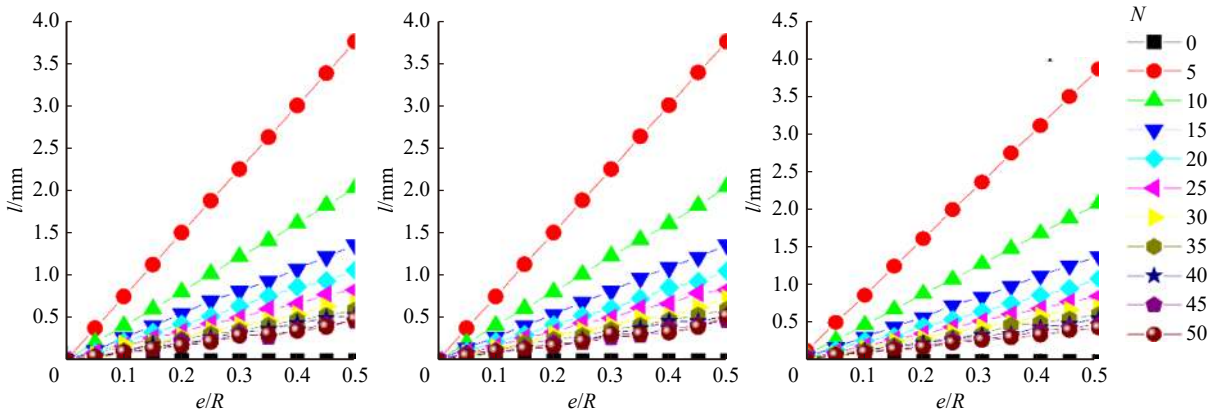
Fig. 6　Effects of N on l in models of multi-layer concentric structures (E_1/E_2 = 0.5)



a 圆形截面 Circular section　b 椭圆截面 Elliptical section (b/a = 0.8)　c No.7 随机截面 Random section No.7

图 7　多层同心结构模型中 E_1/E_2 对 l 的影响(N=50)

Fig. 7　Effects of E_1/E_2 on l in models of multi-layer concentric structures (N=50)



a 圆形截面 Circular section　b 椭圆截面 Elliptical section (b/a = 0.8)　c No.7 随机截面 Random section No.7

图 8　多层同心结构模型中 e/R 对 l 的影响(E_1/E_2 = 0.5)

Fig. 8　Effects of e/R on l in models of multi-layer concentric structures (E_1/E_2 = 0.5)

$e/R = 0$ 时，$l = 0$，e/R 越大，l 越大，即 l 与 e/R 成正比例。自然界中树轮的偏心生长源于应力木，应力木产生的原因是树干各处应力不均匀，常见于树木偏冠、经年持续载荷（例如风）等。宏观表现为树干横截面的非圆形，通常树干的圆度误差越大，树干内部树轮的偏心生长现象越严重。正常树干中由树轮偏心生长引起的 l 通常小于 5 mm（图 8）。

采用随机森林算法训练内部结构为多层同心且轮廓为随机形状的 l 数据。图 9a 显示：l 的预测值与模拟值的一致性较好，R^2 达到了 0.980。这表明该回归模型有效，在实际检测中该模型可用于具有相似结构树干 l 的简单预测。各变量的重要性如图 9b 所示，E_1/E_2、N 和 e/R 的重要性近似相等，而圆度（即横截面形状）对 l 几乎没有影响。综上，当 E_1/E_2 越小，或 N 越少，或者 e/R 越大时，l 越大。

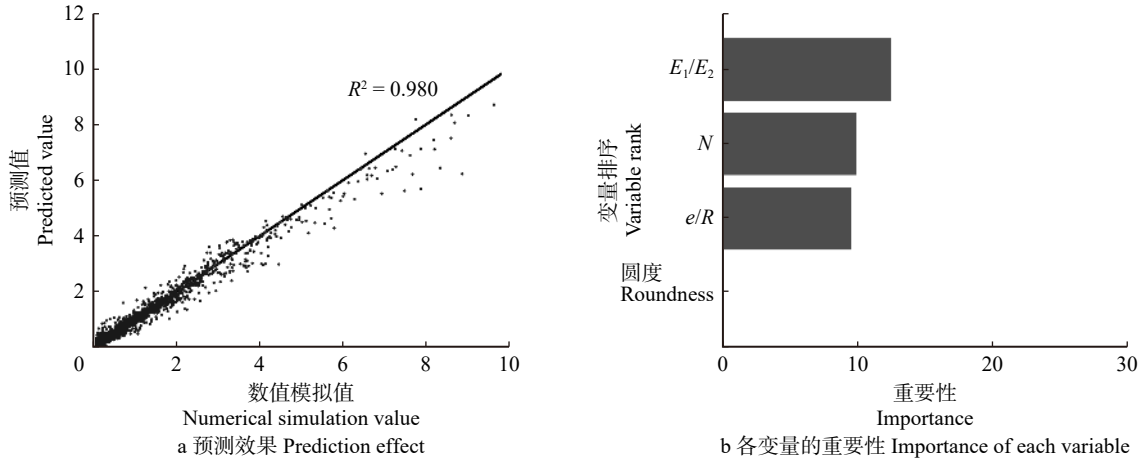


图 9　随机森林算法对多层同心结构模型中 l 的训练结果

Fig. 9　Training results of l in multi-layer concentric structures by random forest algorithm

图 10 为 14 641 个多层同心树干模型的 l 的统计结果。图 10 显示：绝大多数 $l < 4$ mm，占总数的比例超过 97%。因此，对于常见的无缺陷树干，通常可以假设弯曲中性轴经过形心。

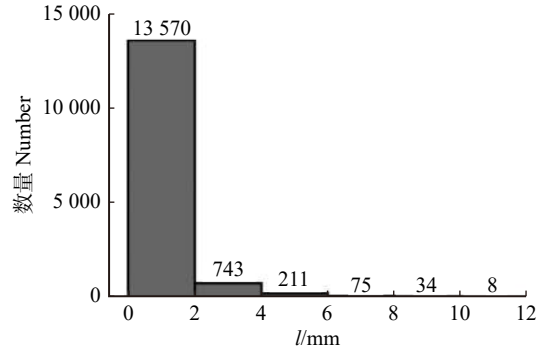


图 10　多层同心结构模型中 l 的分布

Fig. 10　Distribution of l in multi-layer concentric structure models

3.1.4　圆形缺陷与无缺陷树干的弹性模量比

圆形缺陷树干的弹性模量 E_3 的不同数值代表不同的缺陷类型，E_3 越小代表缺陷力学性能越差，$E_3 = 0$ 时缺陷为孔洞。图 11 显示 3 种不同的轮廓有着相似的的规律：当 $E_3/E_4 = 0$ 时，树干内部的缺陷为空洞，l 有最大值；随 E_3/E_4 逐渐增大，l 近似匀速下降；直到 $E_3/E_4 = 1$ 时，树干内部不存在缺陷，l 降到 0。即 l 与 E_3/E_4 负相关，说明在其他因素相同的情况下，缺陷树干的弹性模量越小，l 越大。

3.1.5　圆形缺陷半径与基圆半径之比

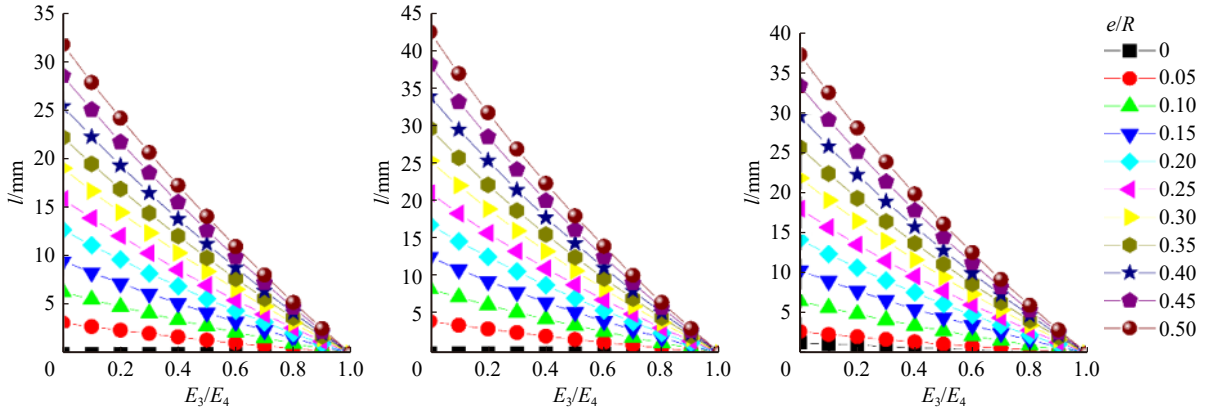
图 12 显示 3 种不同的轮廓有着相似的规律：当 $r/R = 0$ 时，缺陷不存在且 $l = 0$；随 r/R 增大，l 显著增加，且增长速率也大幅增加。

3.1.6　圆形缺陷偏心距与基圆半径之比

图 13 显示 3 种不同的轮廓有着相似的规律：随 e/R 的增大，l 逐渐增加。对于圆形和椭圆截面，由于缺陷圆心在轮廓的对称轴上，当 $e/R = 0$ 时，$l = 0$。对于随机截面，当 $e/R = 0$ 时，l 值很小，但不为 0。

采取随机森林算法训练内部结构为圆形缺陷的 l 数据，并创建回归模型。图 14a 显示：l 的预测值与模拟值存在很好的一致性，R^2 达到了 0.970。结果表明该回归模型有效，在实际检测中该模型可用于具有相似结构树干 l 的简单预测。r、E_3/E_4、e/R 和截面圆度的重要性依次下降（图 14b），其中截面圆度（即横截面形状）对 l 影响很小。综上，当 r 越大、E_3/E_4 越小或 e/R 越大时，l 越大。

图 15 为 13 310 个具有圆形缺陷的树干模型的 l 的统计结果。图中显示：数据服从近似的 t 分布；$l <$ 5 mm 的数量约占总数的 80%，l 在 5 ~ 15 mm 之间的数量约占总数的 15%，$l >$ 15 mm 的数量约占总数的 5%。因此，对于任何常见无缺陷树干，粗略计算

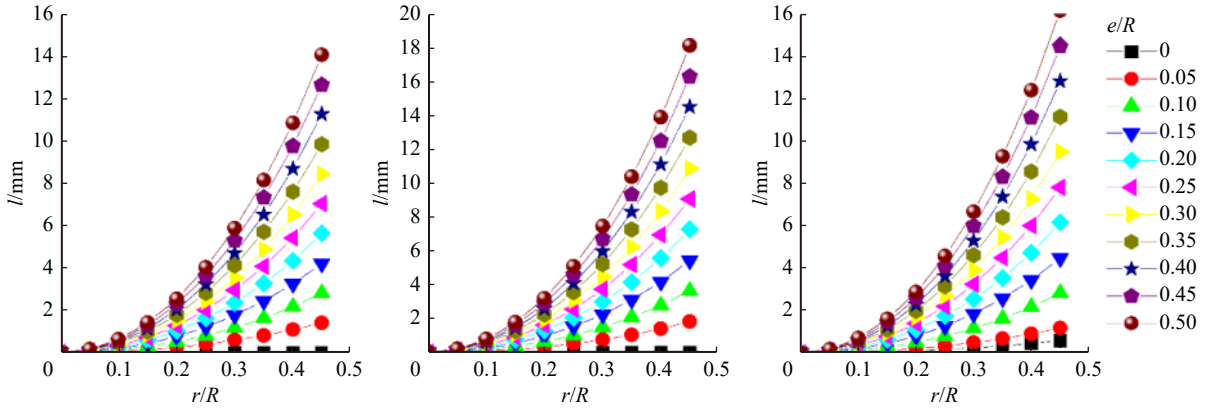


a 圆形截面 Circular section　　b 椭圆截面 Elliptical section (b/a = 0.8)　　c No.7 随机截面 Random section No.7

r 为缺陷半径，E_3 为缺陷树干的弹性模量，E_4 为无缺陷树干的弹性模量，下同。r is radius of defect, E_3 is modulus of elasticity of defective trunk, E_4 is modulus of elasticity of non-defective trunk, e is eccentricity distance, R is radius of base circle. The same below.

图 11　圆形缺陷模型中 E_3/E_4 对 l 的影响（r/R = 0.5）

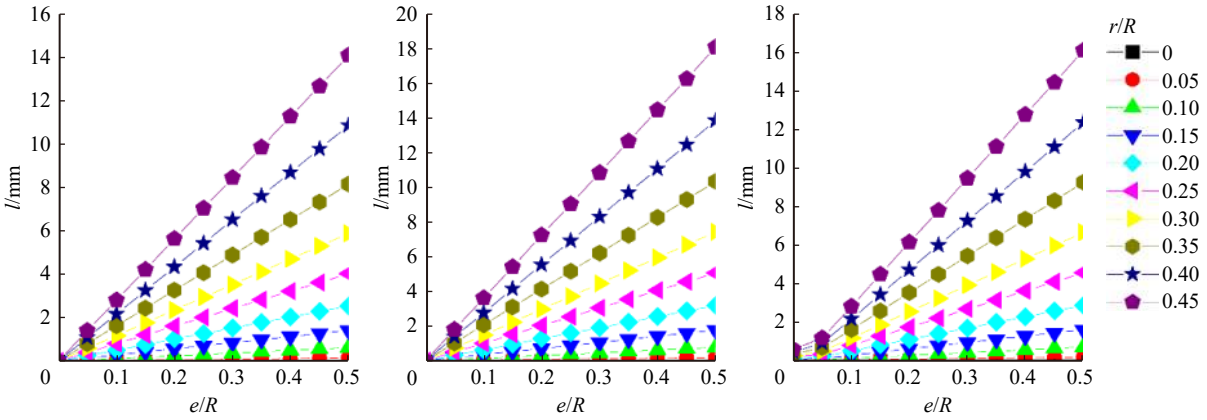
Fig. 11　Effects of E_3/E_4 on l in circular defect models (r/R = 0.5)



a 圆形截面 Circular section　　b 椭圆截面 Elliptical section (b/a = 0.8)　　c No.7 随机截面 Random section No.7

图 12　圆形缺陷模型中 r/R 对 l 的影响（E_3/E_4 = 0.5）

Fig. 12　Effects of r/R on l in circular defect models (E_3/E_4 = 0.5)



a 圆形截面 Circular section　　b 椭圆截面 Elliptical section (b/a = 0.8)　　c No.7 随机截面 Random section No.7

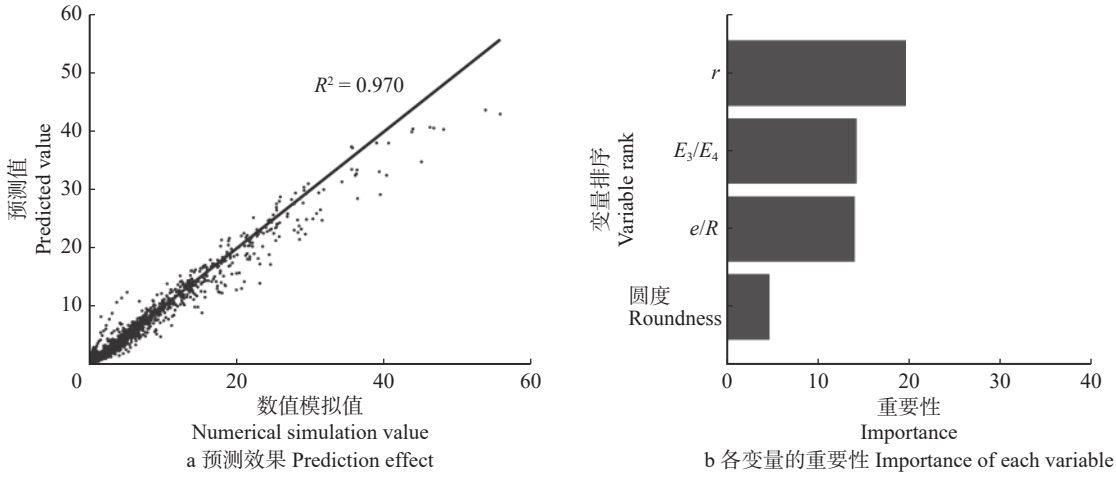
图 13　圆形缺陷模型中 e/R 对 l 的影响（E_3/E_4 = 0.5）

Fig. 13　Effects of e/R on l in circular defect models (E_3/E_4 = 0.5)

时可假设弯曲中性轴经过截面形心，但需要精确结果时需要检测树干内部缺陷。

3.2　各因素对弯曲中性轴倾斜角的影响

树干弯曲中性轴倾斜角 β 受到树干横截面圆度、载荷方位角、树轮和树干内部缺陷的影响。弯曲中性轴偏转角 γ 为均质树干的弯曲中性轴与不均质树干的弯曲中性轴间的偏转角，可有效评估树干内部结构（树轮或者缺陷）对 β 的影响。本研究对建立的树干模型进行了数值计算，分析了树干横截面的圆度、载荷方位角 α、横截面分层层数（N）、早晚材弹



a 预测效果 Prediction effect　　b 各变量的重要性 Importance of each variable

图 14　随机森林算法对圆形缺陷模型中 *l* 的训练结果

Fig. 14　Training results of *l* in circular defect models by random forest algorithm

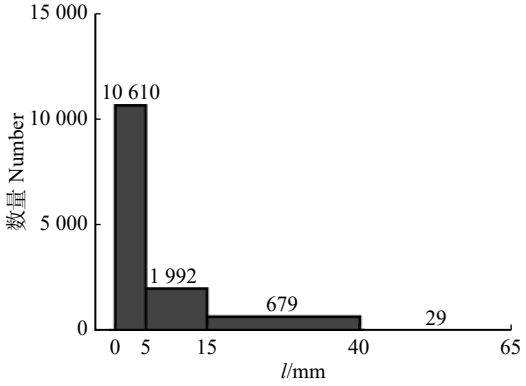


图 15　圆形缺陷模型 *l* 的分布

Fig. 15　Distribution of *l* in circular defect models

性模量之比(E_1/E_2)、偏心距与基圆半径之比(e/R)、缺陷半径与基圆半径之比(r/R)以及缺陷树干与无缺陷树干弹性模量之比(E_3/E_4)对 β 的影响。

3.2.1　树　轮

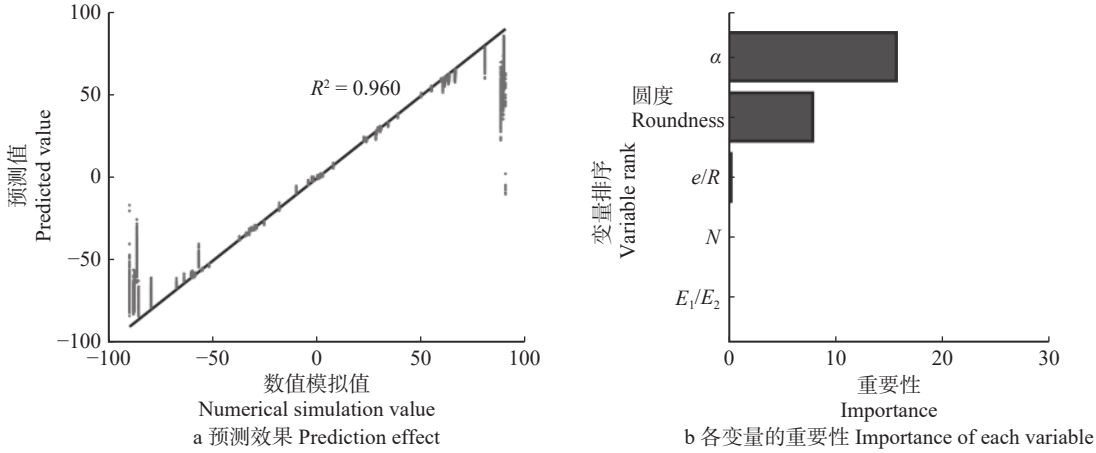
采取随机森林算法训练内部结构为多层同心的 β 数据，并创建回归模型。图 16a 显示:β 的预测结果与模拟值较一致，R^2 达到了 0.960。结果表明了该回归模型的有效性，在实际检测中该模型可用于具有相似结构树干 β 的简单预测。α、截面圆度、e/R、N 和 E_1/E_2 对 β 的重要性依次下降(图 16b)。

图 17 显示:所有 $\gamma<0.5°$，且$<0.08°$的数量占总数的比例大于 97%。因此，对于任何常见的无缺陷树干，通常可以假设其 β 与均质树干相同。

3.2.2　圆形缺陷

采取随机森林算法训练内部结构为圆形缺陷的 *l* 数据，并创建回归模型。图 18a 显示:具有缺陷树干的 β 预测结果与模拟值较一致，R^2 达到了 0.960。结果表明了该回归模型的有效性，在实际检测中该模型可用于具有相似结构的树干 β 的简单预测。α、截面圆度、e/R、r 和 E_3/E_4 的对 β 的重要性依次下降(图 18b)。

图 19 显示:在各个不同的截面类型中，圆形截面的 $\gamma<1°$的数量占总数的比例约为 93.8%，椭圆截面的 $\gamma<1°$的数量占总数的比例约为 93.4%，随机截面的 $\gamma<1°$的数量占总数的比例约为 90.0%。因此，在粗略估算树干受力或是树干表面任意点应变的时候，



a 预测效果 Prediction effect　　b 各变量的重要性 Importance of each variable

图 16　随机森林算法对多层同心结构模型中 β 的训练结果

Fig. 16　Training results of β in multi-layer concentric structures by random forest algorithm

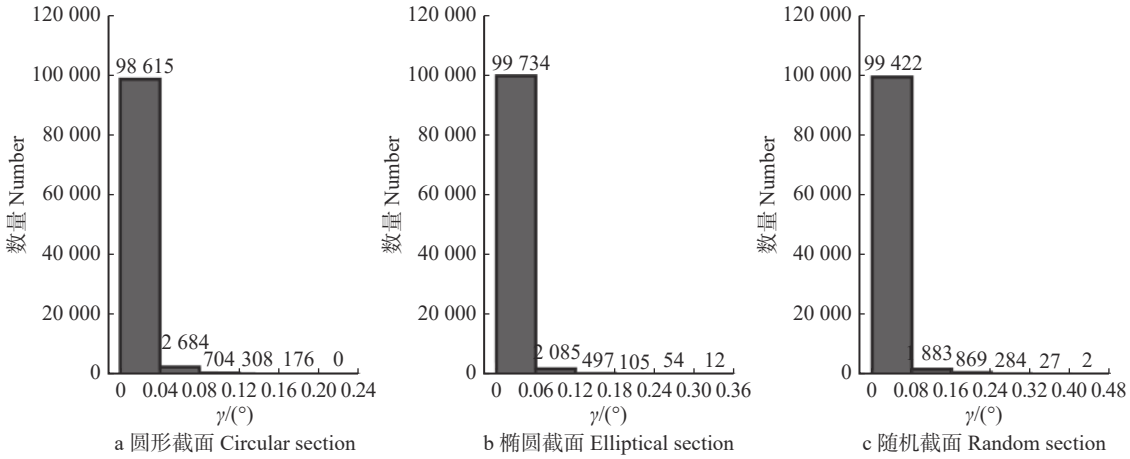


图 17 多层同心结构模型中 γ 的分布

Fig. 17 Distribution of γ in multi-layer concentric structure models

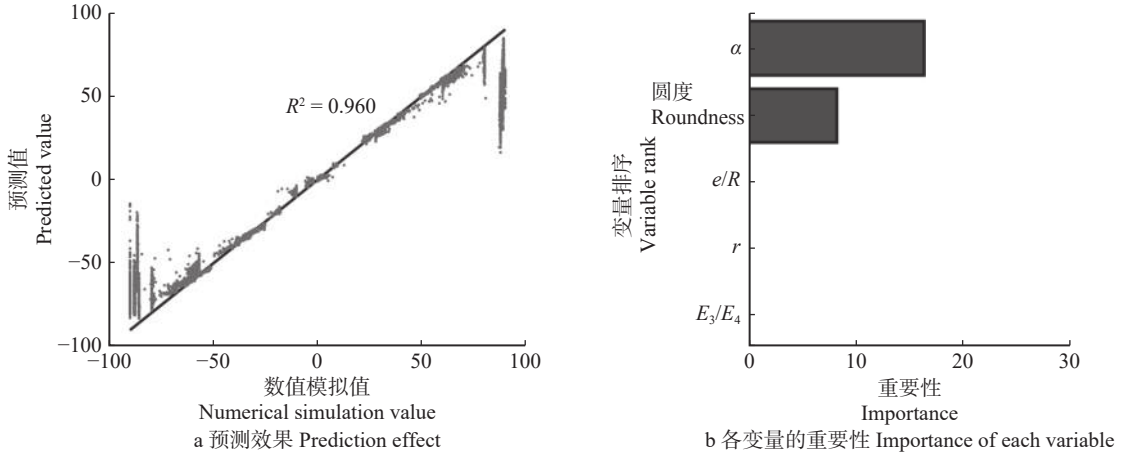


图 18 随机森林算法对圆形缺陷模型中 β 的训练结果

Fig. 18 Training results of β in circular defect models by random forest algorithm

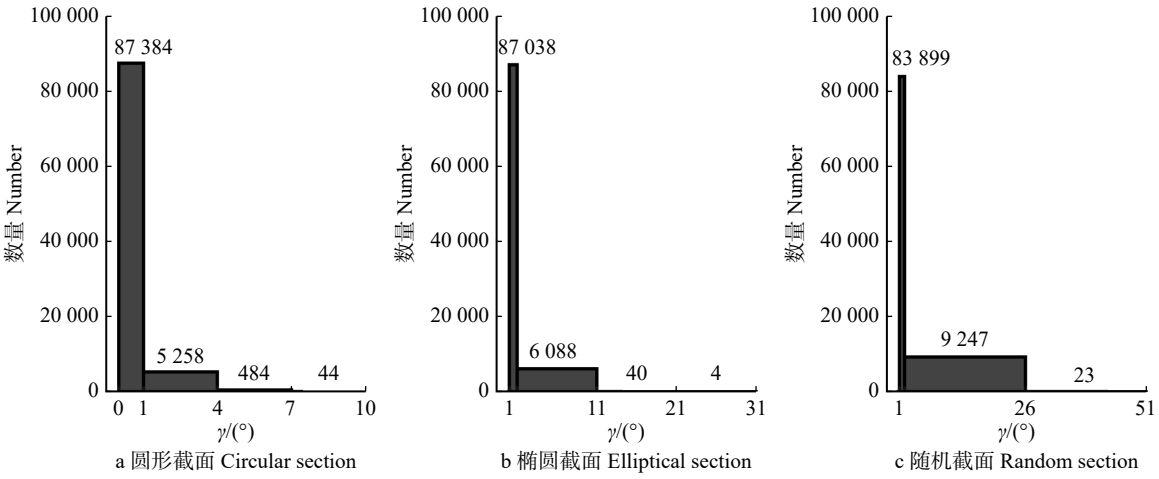


图 19 圆形缺陷模型中 γ 的分布

Fig. 19 Distribution of γ in circular defect models

通常可以假设树干 β 与均质树干相同。但 3 种截面中，仍然有接近 10% 的 $\gamma > 1°$，特别是与现实更接近的随机截面，极限情况下其 γ 可达到 50°。因而，当进行精确计算时，必须考虑树干内部的缺陷情况。

3.3 弯曲中性轴检测

树木受到风力作用时，3 个应变片检测到的树干应变随时间的变化见图 20。本研究选取了 3 个风力持续加载的区间（Wind1、Wind2、Wind3）用来分

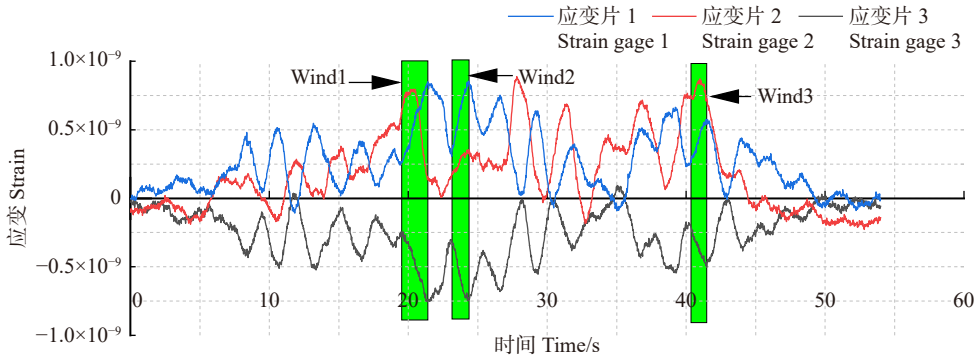


图 20　风力作用下的树干应变变化

Fig. 20　Change in trunk strain due to wind force

析树干内部中性轴的分布规律。

表 1 中统计了弯曲中性轴的斜率 k、截距 b 和质形偏心距 l。l 的平均值分别为 13.289 9 、4.811 4 和 12.058 9 mm(表 1)，与图 10 存在一定的差距。考虑到实际树干的弯曲是一个比理想悬臂梁的横力弯曲复杂很多的变形行为，实际树干在弯曲过程中甚至是一种弯扭复合变形；同时考虑到不论是树干轮廓的检测还是应变的检测，检测都存在一定的误差；此外，图 21 显示真实树干的弯曲中性轴基本经过树干形心，可认为本实验基本可以佐证前述的研究结果。

表 1　弯曲中性轴检测结果

Tab. 1　Bending neutral axis test results

风力区间 Wind zone	斜率 Slope (k)		截距 Intercept (b)/mm		l/mm	
	平均值 Mean	SD	平均值 Mean	SD	平均值 Mean	SD
Wind1	2.077 5	16.957 4	16.242 0	27.952 8	13.289 9	6.710 4
Wind2	9.763 4	11.456 9	38.772 3	24.625 7	4.811 4	2.471 1
Wind3	0.422 9	0.304 4	−5.190 2	16.512 2	12.058 9	7.042 5

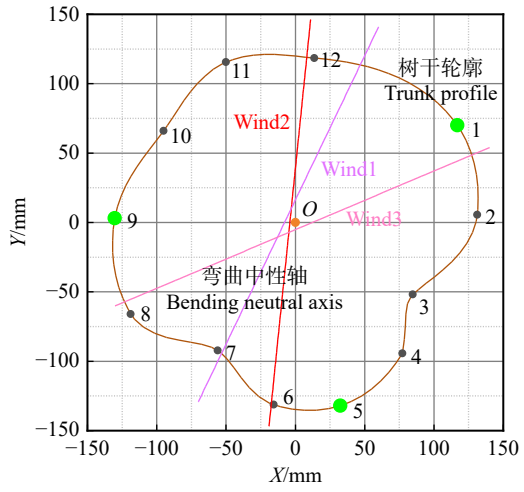


图 21　弯曲中性轴检测结果

Fig. 21　Bending neutral axis test results

4　结　　论

基于树干弯曲中性轴复杂而又难以确定的实际情况，本研究基于欧拉–伯努利梁假设进行了理论推导，同时建立多种树干模型，在不同参数下进行数值模拟，确定了各因素对弯曲中性轴的影响以及重要性，为树干风载安全性的评估奠定了前期的理论基础。研究得到以下结论。

(1)树干横力弯曲中性轴总是通过树干横截面的质心，如果横截面上各点材质相同，则质心与横截面形心重合，弯曲中性轴倾斜角的大小和方向由载荷方位角和横截面轮廓决定。

(2)如果树干横截面上各点材质不均匀，则质心会偏离形心，其弯曲中性轴相对于均质截面出现偏转。

(3)树轮对质形偏心距和弯曲中性轴倾斜角的影响很小，实际计算时可以忽略其影响；树干内部缺陷对质形偏心距和弯曲中性轴倾斜角的影响较大，不可忽略。

(4)在树干存在内部缺陷的情况下，各因素对质形偏心距的影响重要性为缺陷半径 > 缺陷树干与无缺陷树干弹性模量之比 > 偏心距与基圆半径之比 > 截面圆度，对弯曲中性轴倾斜角的影响重要性为载荷方位角 > 截面圆度 > 偏心距与基圆半径之比 > 缺陷半径 > 缺陷树干与无缺陷树干弹性模量之比。

树木的倒伏是个极其复杂的问题，本研究仅探究了树干内部材性对树木干基弯曲的影响。为了弄清树木的倒伏机制，还需在树木的冠形、共振频率、树高等方面进行深入的研究。同时，单一树木作为森林整体的一部分，其与风力的相互作用还受到林

分的性质影响，树木在林分竞争因子不同、次生演替不同的林分中受到的风载荷也呈现很大的差异。未来在这些方面还有很大的研究空间。

参 考 文 献

[1] 陶嗣巍, 赵东. 树木几何结构快速建模的研究 [J]. 北京林业大学学报, 2013, 35(2): 97−101.
Tao S W, Zhao D. Rapid parametric modeling of geometry structure for trees[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2013, 35(2): 97−101.

[2] Wu Y, Shao Z. Measurement and mechanical analysis of the strains–stresses induced by tree-pulling experiments in tree stems[J]. Trees, 2016, 30(3): 675−684.

[3] 吴贻军, 姚剑飞, 吴俊, 等. 基于 abaqus 有限元法的空洞树干强度分析 [J]. 西北林学院学报, 2022, 37(3): 205−210.
Wu Y J, Yao J F, Wu J, et al. Strength analysis of cavity tree trunks by finite element method based on abaqus[J]. Journal of Northwest Forestry University, 2022, 37(3): 205−210.

[4] 张鳌, 冀晓东, 丛旭, 等. 基于线性滤波法的单株林木抗风有限元模拟 [J]. 北京林业大学学报, 2016, 38(2): 1−9.
Zhang A, Ji X D, Cong X, et al. Finite element modeling of wind resistance of single trees based on linear filtering method[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2016, 38(2): 1−9.

[5] 尤磊. 基于点云数据的树干干形测量 [D]. 北京：中国林业科学研究院, 2016.
You L. Stem form measurement based on point cloud data[D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2016.

[6] 李秀莲, 邵楠. 非对称截面梁的弯曲正应力分析 [J]. 青海大学学报 (自然科学版), 2010, 28(1): 67−72.
Li X L, Shao N. The analysis on the bending normal stress of a non-symmetric section beam[J]. Journal of Qinghai University (Natural Science), 2010, 28(1): 67−72.

[7] 于永柱, 管成, 张厚江, 等. 古建筑墙体木柱缺陷对其安全性影响数值模拟研究 [J]. 北京林业大学学报, 2022, 44(1): 132−145.
Yu Y Z, Guan C, Zhang H J, et al. Numerical simulation on the influence of wall wood column defects on the safety of ancient building[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2022, 44(1): 132−145.

[8] 欧自娜, 张厚江, 管成. 古建筑七架梁缺陷安全性影响数值模拟研究 [J]. 北京林业大学学报, 2020, 42(4): 142−154.
Ou Z N, Zhang H J, Guan C. Numerical simulation of the safety influence of defects on qijia-beams of ancient timber building[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2020, 42(4): 142−154.

[9] 刘丰禄, 姜芳, 张建中, 等. 落叶松生材 12 个弹性常数的试验研究 [J]. 西北林学院学报, 2015, 30(6): 227−231.
Liu F L, Jiang F, Zhang J Z, et al. Twelve elastic constant values of larch forest[J]. Journal of Northwest Forestry University, 2015, 30(6): 227−231.

[10] 王振刚. 含损伤梁结构的刚度及变形分析 [D]. 西安: 西安理工大学, 2020.
Wang Z G. Analysis of stiffness and deformation of beam structure with damage[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2020.

[11] 吴晓, 杨立军. 双模量泡沫铝芯夹层梁的弯曲计算分析 [J]. 应用力学学报, 2015, 32(6): 922−927.
Wu X, Yang L J. Bending calculation and analysis of bimodulous aluminum foam corelaminated beam[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2015, 32(6): 922−927.

[12] 姚文娟, 叶志明. 不同模量理论弹性支承连续梁及框架 [J]. 力学与实践, 2004, 26(4): 37−41.
Yao W J, Ye Z M. The elastic supported continuous beam and frame of different modulus[J]. Mechanics in Engineering, 2004, 26(4): 37−41.

[13] Mattheck C. Wood: the internal optimization of trees[J]. Arboricultural Journal, 1995, 19(2): 97−110.

[14] Krauss A, Moliński W, Kúdela J, et al. Differences in the mechanical properties of early and latewood within individual annual rings in dominant pine tree (*Pinus sylvestris*)[J]. Wood Res-Slovakia, 2011, 56(1): 1−12.

[15] 葛晓雯. 腐朽对杨树木材及活立木干基截面弯曲特性的影响 [D]. 哈尔滨: 东北林业大学, 2017.
Ge X W. Effects of decay on section bending properties of poplar wood and trunks of standing trees[D]. Harbin: Northeast Forestry University, 2017.

[16] 郭莹洁, 赵荣军, 钟永, 等. 基于早晚材的兴安落叶松成熟材力学模型——顺纹抗拉弹性模量 [J]. 林业科学, 2014, 50(9): 118−123.
Guo Y J, Zhao R J, Zhong Y, et al. Mechanical models of *Larix gmelinii* mature clear wood based on the properties of earlywood and latewood: longitudinal modulus of elastic[J]. Scientia Silvae Sinicae, 2014, 50(9): 118−123.

[17] 徐金梅. 祁连山青海云杉木材性质对气候变化的响应 [D]. 北京: 中国林业科学研究院, 2012.
Xu J M. Response of wood properties in tree rings of *Picea crassifolia* in Oiliang Mountains to climate change[D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2012.

[18] 余雁. 人工林杉木管胞的纵向力学性质及其主要影响因子研究 [D]. 北京: 中国林业科学研究院, 2003.
Yu Y. Longitudinal mechanical properties and its main influencing factors of tracheids of Chinese fir from plantation [D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2003.

（责任编辑 吴 娟
责任编委 李文彬）